

Pewniaki – matura 2026

Cześć!

Cieszę się, że jesteś tutaj! 🐼

Poniżej znajdziesz listę pewniaków na maturę 2026 wraz z rozwiązaniami.

Możesz ją wydrukować i powtarzać aż do matury – krok po kroku, aż poczujesz się pewnie! 💪

Życzę Ci owocnej nauki i samych dobrych wyników! 📚 ✨

Zachęcam Cię również, abyś zajrzał(a) do sklepu na mojej stronie internetowej – znajdziesz tam:



kursy przygotowujące do matury z matematyki

📅 bilet na maturalną powtórkę pod koniec kwietnia 2026

– Maturalny Sprint 2026



MATEMATYKA MATURA

KLAUDIA GACKOWSKA



Zadanie 1. (0–1)



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $2^{-1} \cdot 32^{\frac{3}{5}}$ jest równa

A. (–16)

B. (–4)

C. 2

☒ D. 4

$$2^2 = 4$$

$$2^3 = 8$$

$$2^4 = 16$$

$$2^5 = 32$$

$$2^{-1} \cdot \left(2^5\right)^{\frac{3}{5}} = 2^{-1} \cdot 2^{\frac{5}{1} \cdot \frac{3}{5}} = 2^{-1} \cdot 2^3 = 2^{-1+3} = 2^2 = 4$$



MATEMATYKA MATURA

KLAUDIA GACKOWSKA

<https://matematyka-matura.pl/>

Zadanie 2. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $\left(\frac{1}{16}\right)^8 \cdot 8^{16}$ jest równa

A. 2^{24}

☒ B. 2^{16}

C. 2^{12}

D. 2^8

- Niech m, n będą liczbami całkowitymi dodatnimi. Definiujemy:

– dla $a \neq 0$: $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ oraz $a^0 = 1$

– dla $a \geq 0$: $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$

– dla $a > 0$: $a^{-\frac{m}{n}} = \frac{1}{\sqrt[n]{a^m}}$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{-1} = \left(\frac{3}{1}\right)^1 = 3^1$$

$$16^{-8} \cdot 8^{16} = (2^4)^{-8} \cdot (2^3)^{16} = 2^{-32} \cdot 2^{48} = 2^{16}$$

Zadanie 1. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $\left(3^{-2,4} \cdot 3^{\frac{2}{5}}\right)^{\frac{1}{2}}$ jest równa

A. $\sqrt{3}$

B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

☒ C. $\frac{1}{3}$

D. 0,3

$$\left(3^{-2,4} \cdot 3^{0,4}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(3^{-2}\right)^{\frac{1}{2}} = 3^{-1} = \frac{1}{3}$$



Zadanie 4. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $\log_{\sqrt{3}} 9$ jest równa

A. 2

B. 3

☒ C. 4

D. 9

$$\log_{\sqrt{3}} 9 = x$$

$$\sqrt{3}^x = 9$$

$$3^{\frac{1}{2}x} = 3^2$$

$$\frac{1}{2}x = 2 \quad | \cdot 2$$

$$x = 4$$

Zadanie 2. (0–1)

Liczba $\log_{\sqrt{2}}(2\sqrt{2})$ jest równa

A. $\frac{3}{2}$

B. 2

C. $\frac{5}{2}$

☒ D. 3

$$\log_{\sqrt{2}}(2\sqrt{2}) = x$$

$$\sqrt{2}^x = 2\sqrt{2}$$

$$2^{\frac{1}{2}x} = 2^1 \cdot 2^{\frac{1}{2}}$$

$$2^{\frac{1}{2}x} = 2^{\frac{3}{2}}$$

$$\frac{1}{2}x = \frac{3}{2} \quad | \cdot 2$$

$$x = 3$$



Zadanie 5. (0-1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $\log_2 \frac{1}{8} + \log_2 4$ jest równa☒ A. (-1) B. $\frac{1}{2}$

C. 2

D. 5

$$\log_2 \left(\frac{1}{8} \cdot 4 \right) = \log_2 \left(\frac{4}{8} \right) = \log_2 \left(\frac{1}{2} \right) = -1$$

Zadanie 3. (0-1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $\log_{25} 1 - \frac{1}{2} \log_{25} 5$ jest równa☒ A. $(-\frac{1}{4})$ B. $(-\frac{1}{2})$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{2}$

$$\log_{25} 1 = 0$$

$$a^0 = 1$$

$$25^x = 1$$

$$\log_{25} 5 = \frac{1}{2}$$

$$25^x = 5$$

$$5^{2x} = 5^1$$

$$0 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = -\frac{1}{4}$$

$$2x = 1 \quad | :2$$

$$x = \frac{1}{2}$$

Zadanie 1. (1 pkt)Liczba $2\log_3 6 - \log_3 4$ jest równa

A. 4

☒ B. 2C. $2\log_3 2$ D. $\log_3 8$

$$\begin{aligned} \log_3 6^2 - \log_3 4 &= \log_3 36 - \log_3 4 = \\ &= \log_3 \left(\frac{36}{4} \right) = \log_3 9 = 2 \end{aligned}$$

$$\log_a \left(\frac{x}{y} \right) = \log_a x - \log_a y$$

$$\log_a x^r = r \cdot \log_a x$$



Zadanie 1. (0–1)

Liczby x_1 i x_2 są różnymi rozwiązaniami równania $|x + 4| = 7$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Suma $x_1 + x_2$ jest równa

$$\begin{array}{lcl} |x+4| = 7 & & \\ \swarrow \quad \searrow & & \\ x+4 = 7 & & x+4 = -7 \\ x = 7-4 & & x = -7-4 \\ x_1 = 3 & & x_2 = -11 \\ \text{suma: } 3 + (-11) = -8 & & \end{array}$$

Zadanie 8. (0–1)

Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $\overset{>0}{|\sqrt{5}-1|} - 3\overset{<0}{|2-\sqrt{5}|}$ jest równa

$$\sqrt{5} = 2,24$$

A. (-7)

B. $5 - 4\sqrt{5}$

C. $4\sqrt{5} - 7$

D. $5 - 2\sqrt{5}$

$$|6| = 6$$

$$|-3| = -(-3) = 3$$

$$\sqrt{5} - 1 - 3(\sqrt{5} - 2) = \sqrt{5} - 1 - 3\sqrt{5} + 6 = -2\sqrt{5} + 5$$



Zadanie 3. (0–1)

Właściciel sklepu kupił w hurtowni 50 par identycznych spodni po x zł za parę i 40 identycznych marynarek po y zł za sztukę. Za zakupy w hurtowni zapłacił 8000 zł. Po doliczeniu marży 50% na każdą parę spodni i 20% na każdą marynarkę ceny detaliczne spodni i marynarki były jednakowe.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Cenę pary spodni x oraz cenę marynarki y , jakie trzeba zapłacić w hurtowni, można obliczyć z układu równań

A. $\begin{cases} x + y = 8000 \\ 0,5x = 0,2y \end{cases}$

B. $\begin{cases} 50x + 40y = 8000 \\ 0,5x = 0,2y \end{cases}$

☒ C. $\begin{cases} 50x + 40y = 8000 \\ 1,5x = 1,2y \end{cases}$

D. $\begin{cases} x + y = 8000 \\ 1,5x = 1,2y \end{cases}$

$$50 \cdot x + 40 \cdot y = 8000$$

$$x + 50\% x = x + 0,5x = 1,5x$$

$$y + 20\% y = y + 0,2y = 1,2y$$

Zadanie 3. (0–1)

Cenę aparatu fotograficznego obniżono o 15%, a następnie – o 20% w odniesieniu do ceny obowiązującej w danym momencie. Po tych dwóch obniżkach aparat kosztuje 340 zł. Przed obiema obniżkami cena tego aparatu była równa

☒ A. 500 zł

B. 425 zł

C. 400 zł

D. 375 zł

$x = \text{cena aparatu}$

$$\begin{array}{lclcl} \textcircled{1} & 20\% \text{ obniżka} & 85\% & \rightarrow & 0,85 \\ \textcircled{2} & 15\% \text{ obniżka} & 80\% & \rightarrow & 0,8 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{lclcl} \textcircled{1} & 20\% \text{ obniżka} & 85\% & \rightarrow & 0,85 \\ \textcircled{2} & 15\% \text{ obniżka} & 80\% & \rightarrow & 0,8 \end{array}} \right\} \begin{array}{l} \text{na koniec} \\ 340 \end{array}$$

$$x \cdot 0,85 \cdot 0,8 = 340$$

$$x \cdot 0,68 = 340 \quad | : 0,68$$

$$x = 500$$



Zadanie 2. (0–1)

Liczba 78 stanowi 150% liczby c . Wtedy liczba c jest równa

A. 60

B. 52

C. 48

D. 39

$$78 = 150\% \text{ z } c$$

$$78 = \underline{1,5} c \quad / : 1,5$$

$$c = 52$$

Zadanie 4. (0–1)

Klient wpłacił do banku 30 000 zł na lokatę dwuletnią. Po każdym rocznym okresie oszczędzania bank dolicza odsetki w wysokości 7% od kwoty bieżącego kapitału znajdującego się na lokacie.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Po dwóch latach oszczędzania łączna wartość doliczonych odsetek na tej lokacie (bez uwzględniania podatków) jest równa

A. 2100 zł

B. 2247 zł

C. 4200 zł

D. 4347 złProcent składany

Jeżeli kapitał początkowy K_0 złożymy na okres n lat na lokacie bankowej, której oprocentowanie wynosi $p\%$ w skali rocznej, a kapitalizacja odsetek następuje po upływie każdego roku trwania lokaty, to kapitał końcowy K_n jest określony wzorem:

$$K_n = K_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$$

$$K_n = 30\,000 \cdot \left(1 + \frac{7}{100}\right)^2 = 30\,000 \cdot 1,07^2 = 30\,000 \cdot 1,1449$$

$$K_n = 34\,347$$

$$34\,347 - 30\,000 = 4\,347$$



Zadanie 3. (0-2)Wykaż, że liczba $2^{100} + 4^{49} + 16^{24}$ jest podzielna przez 21.

$$\begin{aligned}
2^{100} + (2^2)^{49} + (2^4)^{24} &= 2^{100} + 2^{98} + 2^{96} = \\
&= 2^{96} \cdot (2^4 + 2^2 + 2^0) = 2^{96} \cdot (16 + 4 + 1) = \\
&= \underbrace{2^{96}}_{k \in \mathbb{Z}} \cdot \underline{21} = 21 \cdot k - \text{ciężko podzielną przez 21}
\end{aligned}$$

Zadanie 5. (0-2)Wykaż, że dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$ liczba $5n^3 - 5n$ jest podzielna przez 30.

$$\begin{aligned}
5n^3 - 5n &= 5n(n^2 - 1) = a^2 - b^2 = (a - b)(a + b) \\
&= 5n(n-1)(n+1) = 5 \underbrace{(n-1)n(n+1)}_{\substack{\text{3 kolejne liczby naturalne} \\ \text{ciężko podzielną przez 2 i 6}}}
\end{aligned}$$

 Iloczyn 2 kolejnych podzielną przez 2 (1 · 2)

Iloczyn 3 kolejnych podzielną przez 6 (1 · 2 · 3)

 Iloczyn 4 kolejnych —||— 24 (1 · 2 · 3 · 4)



Zadanie 3. (0-1)



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $(\underbrace{2\sqrt{10}}_a + \underbrace{\sqrt{2}}_b)^2$ jest równa

A. 22

B. 42

C. $42 + 4\sqrt{5}$

☒ D. $42 + 8\sqrt{5}$

$$(2\sqrt{10} + \sqrt{2})(2\sqrt{10} + \sqrt{2})$$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(2\sqrt{10})^2 + 2 \cdot 2\sqrt{10} \cdot \sqrt{2} + \sqrt{2}^2 = 4 \cdot 10 + 4\sqrt{20} + 2 =$$

$$= \underline{40} + 4\sqrt{20} + \underline{2} = 42 + 4 \cdot 2\sqrt{5} = 42 + 8\sqrt{5}$$

$$\begin{array}{r|l} 20 & 2 > 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \rightarrow \sqrt{5} \\ \hline 1 & \end{array}$$

Zadanie 5. (0-1)



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Dla każdej liczby rzeczywistej a i dla każdej liczby rzeczywistej b wartość wyrażenia

$(\underbrace{2a}_a + \underbrace{b}_b)^2 - (\underbrace{2a}_a - \underbrace{b}_b)^2$ jest równa wartości wyrażenia

A. $8a^2$

☒ B. $8ab$

C. $-8ab$

D. $2b^2$

$$(2a + b)(2a + b) - [(2a - b)(2a - b)]$$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(2a)^2 + 2 \cdot 2a \cdot b + b^2 - [(2a)^2 - 2 \cdot 2a \cdot b + b^2] =$$

$$= 4a^2 + 4ab + b^2 - [4a^2 - 4ab + b^2] =$$

$$= \underline{4a^2} + \underline{4ab} + \underline{b^2} - \underline{4a^2} + \underline{4ab} - \underline{b^2} = 8ab$$



Zadanie 8. (0-1)

Dany jest wielomian $W(x) = 3x^3 + 6x^2 + 9x$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Wielomian W jest iloczynem wielomianów $F(x) = 3x$ i $G(x) = x^2 + 2x + 3$.	☐ P	☐ F
Liczba (-1) jest rozwiązaniem równania $W(x) = 0$.	☐ P	☒ F

$$\begin{aligned}
 W(x) &= F(x) \cdot G(x) = 3x(x^2 + 2x + 3) = 3x^3 + 6x^2 + 9x \\
 W(-1) &= 3 \cdot (-1)^3 + 6 \cdot (-1)^2 + 9 \cdot (-1) = \\
 &= 3 \cdot (-1) + 6 \cdot 1 - 9 = -3 + 6 - 9 = 3 - 9 = -6 \neq 0
 \end{aligned}$$

Zadanie 6. (0-1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Dla każdej liczby rzeczywistej x różnej od (-1) , 0 oraz 1 wartość wyrażenia

$\frac{x}{x^2-1} : \frac{3x^2}{x+1}$ jest równa wartości wyrażenia

A. $\frac{x}{x-1}$

B. $\frac{1}{3x^2-3x}$

C. $-3x$

D. $-\frac{1}{3x}$

$$\begin{aligned}
 \frac{x}{x^2-1} \cdot \frac{x+1}{3x^2} &= \frac{1}{(x+1)(x-1)} \cdot \frac{x+1}{3x} \quad a^2 - b^2 = (a-b)(a+b) \\
 x^2-1 &= 0 \\
 x^2 &= 1 \\
 x &= 1 \\
 x &= -1
 \end{aligned}$$



Zadanie 7. (0-1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Dla każdej liczby rzeczywistej x różnej od 0 i 2 wyrażenie $\frac{x^2+x}{(x-2)^2} \cdot \frac{x-2}{x}$ jest równe

A. $\frac{x^2+1}{x-2}$

B. $\frac{x+1}{2}$

C. $\frac{x^2}{(x-2)^2}$

D. $\frac{x+1}{x-2}$

$$\frac{x^2+x}{(x-2)(x-2)} \cdot \frac{x-2}{x} = \frac{\cancel{x}(x+1)}{x-2} \cdot \frac{1}{\cancel{x}} = \frac{x+1}{x-2}$$

Zadanie 7. (0-1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Układ równań $\begin{cases} x - 2y = 3 \\ -4x + 8y = -12 \end{cases}$

A. nie ma rozwiązań.

B. ma dokładnie jedno rozwiązanie.

C. ma dokładnie dwa rozwiązania.

D. ma nieskończenie wiele rozwiązań.

$$\begin{cases} x - 2y = 3 & / \cdot 4 \\ -4x + 8y = -12 \end{cases}$$
$$\begin{array}{r} 4x - 8y = 12 \\ -4x + 8y = -12 \\ \hline 0 = 0 \end{array}$$



Zadanie 5. (0-1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Zbiorem wszystkich rozwiązań nierówności

$$\frac{3(6-x)}{17} \leq 3$$

jest przedział

- A. $(-\infty, -11)$ B. $(-\infty, -11]$ C. $(-11, +\infty)$ **D. $[-11, +\infty)$**

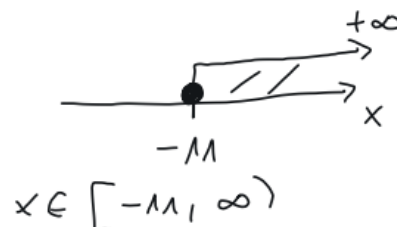
$$\frac{18 - 3x}{17} \leq 3 \quad / \cdot 17$$

$$18 - 3x \leq 51$$

$$-3x \leq 51 - 18$$

$$-3x \leq 33 \quad / : (-3) !$$

$$x \geq -11$$

**Zadanie 6. (0-1)**

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba wszystkich całkowitych dodatnich rozwiązań nierówności

$$\frac{3x-5}{12} < \frac{1}{3} \quad / \cdot 12$$

jest równa

- A. 2** B. 3 C. 5 D. 6

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{12}{1} = \frac{12}{3} = 4$$

$$3x - 5 < 4$$

$$3x < 4 + 5$$

$$3x < 9 \quad / : 3$$

$$x < 3$$



Zadanie 6. (1 pkt)

Rozwiązaniem równania $\frac{3x-1}{7x+1} = \frac{2}{5}$ jest

A. 1

B. $\frac{7}{3}$

C. $\frac{4}{7}$

D. 7

$$\text{zw. } 7x + 1 \neq 0$$

$$7x \neq -1 \quad |:7$$

$$x \neq -\frac{1}{7}$$

$$5 \cdot (3x - 1) = 2 \cdot (7x + 1)$$

$$15x - 5 = 14x + 2$$

$$15x - 14x = 2 + 5$$

$$x = 7$$



Zadanie 8. (0-3)

Rozwiąż równanie

$$\frac{x+3}{x-1} = \frac{x}{2x-2}$$

zak. $x-1 \neq 0$
 $x \neq 1$

$2x-2 \neq 0$
 $2x \neq 2 \quad |:2$
 $x \neq 1$

$$(x+3)(2x-2) = x(x-1)$$

$$2x^2 - 2x + 6x - 6 = x^2 - x$$

$$\underline{2x^2 - 2x + 6x - 6} - \underline{x^2 + x} = 0$$

$$\underline{x^2 + 5x - 6} = 0$$

$a=1 \quad b=5 \quad c=-6$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = 5^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6) = 25 + 24 = 49$$

$$\sqrt{\Delta} = 7$$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x_1 = \frac{-5 - 7}{2} = \frac{-12}{2} = -6 \in D$$

$$x_2 = \frac{-5 + 7}{2} = \frac{2}{2} = 1 \quad \text{nie}$$

odp. $x \in \{-6\}$



Zadanie 9. (0-2)

Rozwiąż nierówność

$$x(x-6) \leq 7$$

"

$$x^2 - 6x - 7 \leq 0$$

$a=1 \quad b=-6 \quad c=-7$

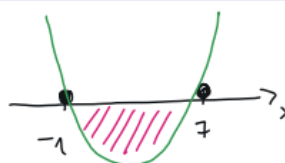
$$\Delta = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-7) = 36 + 28 = 64$$

$$\sqrt{\Delta} = 8$$

$$x_1 = \frac{6-8}{2} = \frac{-2}{2} = -1$$

$$x_2 = \frac{6+8}{2} = \frac{14}{2} = 7$$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$



$$x \in [-1, 7]$$

Zadanie 7. (0-1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Jednym z rozwiązań równania $\sqrt{3}(x^2 - 2)(x + 3) = 0$ jest liczba

A. 3

B. 2

C. $\sqrt{3}$

D. $\sqrt{2}$

$$\sqrt{3}(x^2 - 2)(x + 3) = 0$$

$$x^2 - 2 = 0$$

$$x^2 = 2 \quad \sqrt{\quad}$$

$$x = \sqrt{2} \quad x = -\sqrt{2}$$

$$x + 3 = 0$$

$$x = -3$$

Zadanie 6. (0-1)

Suma wszystkich rozwiązań równania $x(x-3)(x+2) = 0$ jest równa

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

$$x = 0$$

$$x - 3 = 0$$

$$x = 3$$

$$x + 2 = 0$$

$$x = -2$$

$$0 + 3 + (-2) = 3 - 2 = 1$$



Zadanie 26. (2 pkt)

Rozwiąż nierówność $-x^2 - 5x + 14 < 0$.

$$a = -1 \quad b = -5 \quad c = 14$$

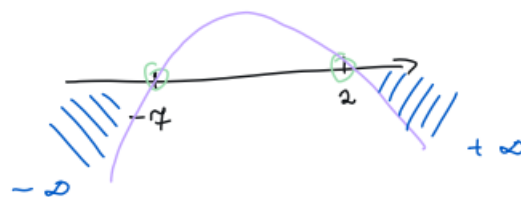
$$\Delta = (-5)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 14 = 25 + 56 = 81$$

$$\sqrt{\Delta} = 9$$

$$x_1 = \frac{5 - 9}{2 \cdot (-1)} = \frac{-4}{-2} = 2$$

$$x_2 = \frac{5 + 9}{-2} = \frac{14}{-2} = -7$$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$



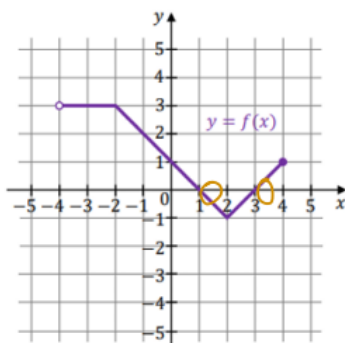
$$x \in (-\infty, -7) \cup (2, \infty)$$

Zadanie 10. (0-4)

Funkcja f jest określona następująco:

$$f(x) = \begin{cases} 3 & \text{dla } x \in (-4, -2] \\ -x + 1 & \text{dla } x \in (-2, 2] \\ x - 3 & \text{dla } x \in (2, 4] \end{cases}$$

Wykres funkcji $y = f(x)$ przedstawiono w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) na rysunku poniżej.



Uzupełnij zdania. Wpisz odpowiednie przedziały w wy kropkowanych miejscach, aby zdania były prawdziwe.

- Dziedziną funkcji f jest przedział $\dots (-4, 4] \dots$
- Zbiorem wartości funkcji f jest przedział $\dots [-1, 3] \dots$
- Zbiorem wszystkich argumentów, dla których funkcja f przyjmuje wartości ujemne, jest przedział $\dots (1, 3) \dots$
- Zbiorem wszystkich argumentów, dla których funkcja f przyjmuje największą wartość, jest przedział $\dots (-4, -2] \dots$

ARGUMENT $\rightarrow x$

WARTOŚĆI funkcji $\rightarrow y$

ujemne $f(x) < 0$
 dodatnie $f(x) > 0$
 niedodatnie $f(x) \leq 0$
 nieujemne $f(x) \geq 0$

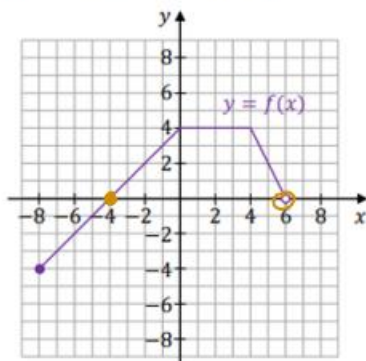


Zadanie 28. (0-4)

Funkcja f jest określona następująco:

$$f(x) = \begin{cases} x + 4 & \text{dla } x \in [-8, 0] \\ 4 & \text{dla } x \in (0, 4] \\ -2x + 12 & \text{dla } x \in (4, 6) \end{cases}$$

Wykres funkcji $y = f(x)$ przedstawiono w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) na rysunku poniżej.



Uzupełnij zdania. Wpisz odpowiednie przedziały w wykrępowanych miejscach tak, aby zdania były prawdziwe.

1. Dziedziną funkcji f jest przedział $[-8, 6)$
2. Zbiorem wartości funkcji f jest przedział $[-4, 4]$
3. Zbiorem wszystkich argumentów, dla których funkcja f przyjmuje wartości nieujemne, jest przedział $[-4, 6)$
4. Zbiorem wszystkich rozwiązań równania $f(x) = 4$ jest przedział $[0, 4]$

Zadanie 29. (0-2)

Dana jest funkcja $y = f(x)$, której wykres przedstawiono w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) na rysunku obok.

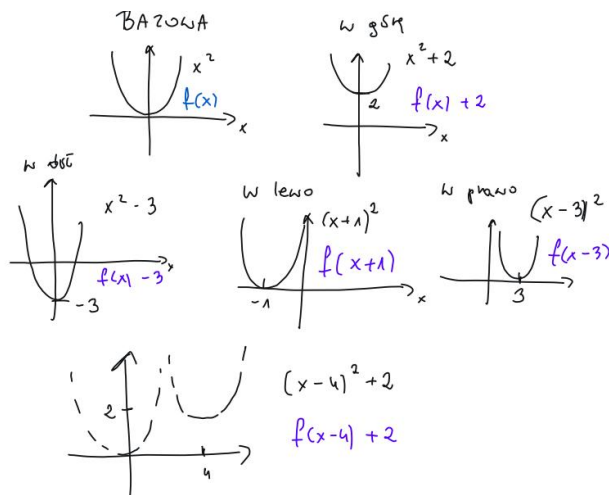
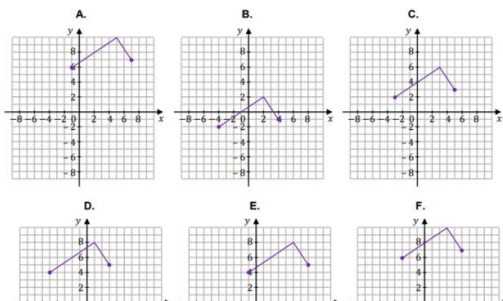
Funkcje g oraz h są określone za pomocą funkcji f następująco:

$$y = g(x) = f(x + 2) \quad y = h(x) = f(x + 2)$$

Na rysunkach A-F przedstawiono wykresy różnych funkcji – w tym wykresy funkcji g oraz h .

Każdej z funkcji $y = g(x)$ oraz $y = h(x)$ przyporządkuj jej wykres. Wpisz obok symboli funkcji w tabeli poniżej właściwe odpowiedzi wybrane spośród A-F.

Nr zadania	Funkcja	Rysunek
29.1.	$y = g(x)$	B
29.2.	$y = h(x)$	F



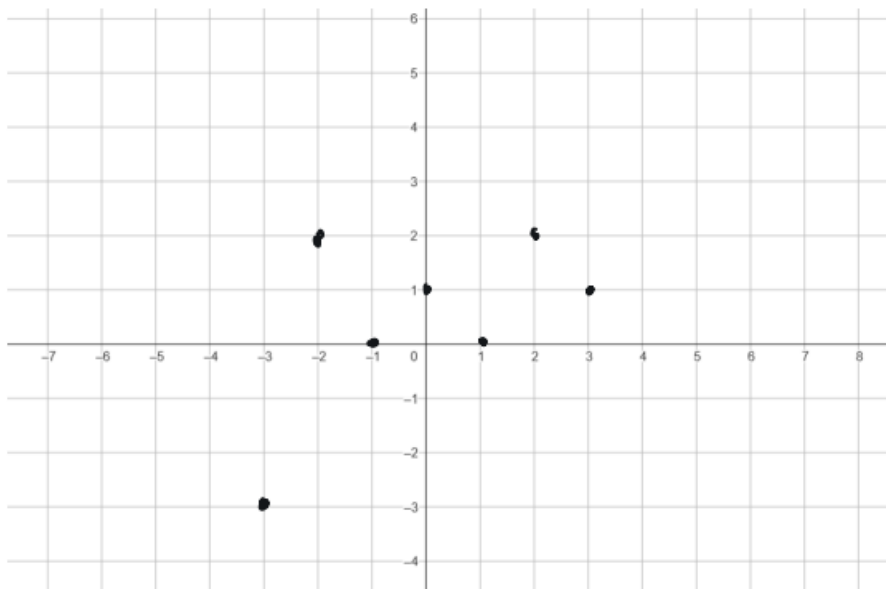
Zadanie 22. (0-2)

Funkcja $y = f(x)$ jest określona za pomocą tabeli

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-3	2	0	1	0	2	1

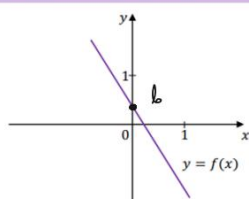
Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Funkcja f ma dokładnie jedno miejsce zerowe.	P	☒ F
W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) wykres funkcji f jest symetryczny względem osi Oy .	P	☒ F
Największa wartość funkcji f jest równa 3.	P	☒ F



Zadanie 13. (0-1)

Funkcja liniowa f jest określona wzorem $f(x) = ax + b$, gdzie a i b są pewnymi liczbami rzeczywistymi. Na rysunku obok przedstawiono fragment wykresu funkcji f w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) .



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba a oraz liczba b we wzorze funkcji f spełniają warunki:

- A. ~~$a > 0$ i $b > 0$.~~ B. ~~$a < 0$ i $b < 0$.~~
 C. $a < 0$ i $b > 0$. D. $a < 0$ i $b < 0$.

Równanie kierunkowe prostej

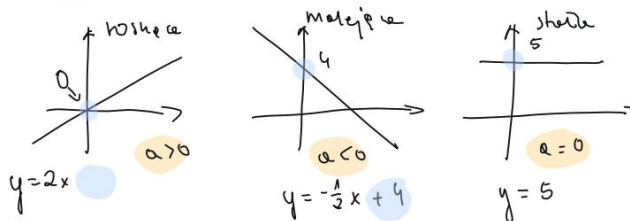
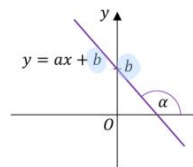
Jeżeli prosta nie jest równoległa do osi Oy , to można opisać ją równaniem kierunkowym:

$$y = ax + b$$

Liczba a to współczynnik kierunkowy prostej.

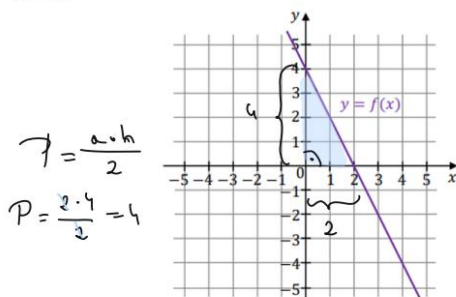
$$a = \tan \alpha$$

Prosta o równaniu $y = ax + b$ przecina oś Oy w punkcie $(0, b)$.



Zadanie 11. (0–1)

Miejscem zerowym funkcji liniowej f jest liczba 2, a punkt przecięcia wykresu funkcji f z osią Oy kartezjańskiego układu współrzędnych (x, y) ma współrzędne $(0, 4)$ (zobacz rysunek).



Równanie kierunkowe prostej, która przechodzi przez dwa dane punkty $A = (x_A, y_A)$ oraz $B = (x_B, y_B)$:

$$y - y_A = a(x - x_A)$$

gdzie

$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \quad \text{gdy } x_B \neq x_A$$

$x_A = 0, y_A = 4$ $x_B = 2, y_B = 0$

$$a = \frac{0 - 4}{2 - 0} = \frac{-4}{2} = -2$$

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Współczynnik kierunkowy prostej, która jest wykresem funkcji f , jest równy (-2) .	☒ P	☐ F
Pole trójkąta ograniczonego osiami kartezjańskiego układu współrzędnych (x, y) oraz wykresem funkcji f jest równe 8.	☐ P	☒ F

Zadanie 9. (0–1)

Funkcja liniowa f określona wzorem $f(x) = \overbrace{(2m - 5)}^a x + 22$ jest rosnąca dla

A. $m > \frac{2}{5}$

☒ B. $m > 2,5$

C. $m > 0$

D. $m > 2$

$$a > 0$$

$$2m - 5 > 0$$

$$2m > 5 \quad |:2$$

$$m > 2,5$$



Zadanie 12. (0-1)

Funkcja liniowa f jest określona wzorem $f(x) = (-2k + 3)x + k - 1$, gdzie $k \in \mathbb{R}$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Funkcja f jest malejąca dla każdej liczby k należącej do przedziału

- A. $(-\infty, 1)$ B. $(-\infty, -\frac{3}{2})$ C. $(1, +\infty)$ **D. $(\frac{3}{2}, +\infty)$**

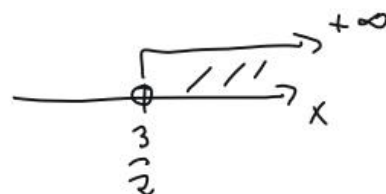
$$a < 0$$

$$-2k + 3 < 0$$

$$-2k < -3 \quad | : (-2) \quad !$$

$$k > \frac{-3}{-2}$$

$$k > \frac{3}{2}$$

**Zadanie 13. (0-1)**

Funkcje liniowe f oraz g , określone wzorami $f(x) = 3x + 6$ oraz $g(x) = ax + 7$, mają to samo miejsce zerowe.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Współczynnik a we wzorze funkcji g jest równy

- A. $(-\frac{7}{2})$ B. $(-\frac{2}{7})$ C. $\frac{2}{7}$ **D. $\frac{7}{2}$**

①

$$\begin{aligned} 0 &= 3x + 6 \\ -3x &= 6 \quad | : (-3) \\ x &= -2 \end{aligned}$$

$$\begin{matrix} x & y \\ (-2, 0) \end{matrix}$$

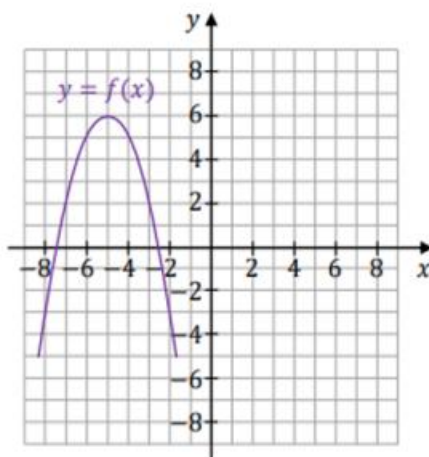
②

$$\begin{aligned} 0 &= a \cdot (-2) + 7 \\ 0 &= -2a + 7 \\ 2a &= 7 \quad | : 2 \\ a &= \frac{7}{2} \end{aligned}$$



Zadanie 30. (0-1)

Dana jest funkcja kwadratowa $y = f(x)$, której fragment wykresu przedstawiono w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) na rysunku poniżej.



Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych, jeżeli wiadomo, że jeden ze wzorów podanych w odpowiedziach A-D to wzór funkcji f .

Funkcja kwadratowa $y = f(x)$ jest określona wzorem

- A. $y = -(x+5)^2 - 6$
 B. $y = -(x+5)^2 + 6$
 C. $y = -(x-5)^2 - 6$
 D. $y = -(x-5)^2 + 6$

W $(-5, 6)$
 $-(x+5)^2 + 6$

Zadanie 12.

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) wykres funkcji kwadratowej f jest parabola, której wierzchołkiem jest punkt $(3, 0)$. Ta parabola przechodzi przez punkt o współrzędnych $(0, -9)$.

Zadanie 12.1. (0-1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Funkcja f jest malejąca w przedziale

- A. $(-\infty, 0]$ B. $(-\infty, 3]$ C. $[0, +\infty)$ D. $[3, +\infty)$

Zadanie 12.2. (0-2)

Uzupełnij zdanie. Wybierz dwie właściwe odpowiedzi spośród oznaczonych literami A-F i wpisz te litery w wy kropkowanych miejscach.

Wzór funkcji f zapisano w odpowiedziach oznaczonych literami: B oraz D.

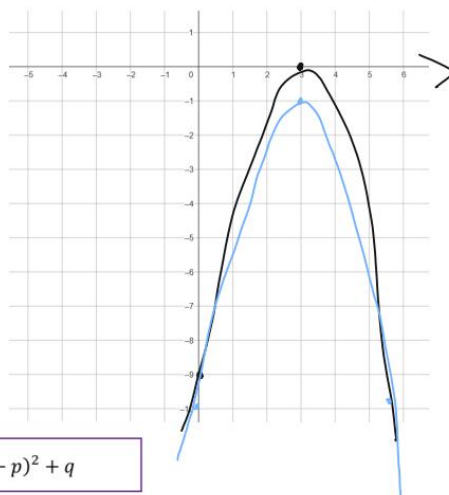
- A. $f(x) = -x^2 - 9$
 B. $f(x) = -(x-3)^2$
 C. $f(x) = -(x+3)^2$
 D. $f(x) = -x^2 + 6x - 9$
 E. $f(x) = -x^2 - 6x + 9$
 F. $f(x) = -x^2 - 6x - 9$

$(3, 0)$
 $f(x) = a(x-p)^2 + q$

$-(x-3)^2 + 0$

$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$-(x-3)^2 = -(x^2 - 6x + 9) = -x^2 + 6x - 9$



Zadanie 12.3. (0-1)

Funkcja kwadratowa g jest określona za pomocą funkcji f następująco: $g(x) = f(x) - 1$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Funkcja g ma jedno miejsce zerowe.	P	<u>F</u>
W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) osią symetrii wykresu funkcji g jest prosta o równaniu $x = 3$.	<u>P</u>	F

Zadanie 15. (0-2)

Funkcje A, B, C, D, E oraz F są określone dla każdej liczby rzeczywistej x . Wzory tych funkcji podano poniżej.

Uzupełnij zdanie. Wybierz dwie właściwe odpowiedzi spośród oznaczonych literami A–F i wpisz te litery w wy kropkowanych miejscach.

Przedział $(-\infty, 2]$ jest zbiorem wartości funkcji A oraz F

A $A(x) = -(x-3)^2 + 2$ $W = (3, 2)$

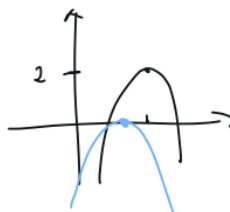
B. $B(x) = x^2 + 2$ X

C. $C(x) = -5(x-2)^2$ $W = (2, 0)$

D. $D(x) = (x-2)^2$ X

E. $E(x) = 2x^2 - 8x + 10$ X

F $F(x) = -2x^2 + 4x$



Wykresem funkcji kwadratowej jest parabola o wierzchołku w punkcie

$$W = (p, q) \text{ gdzie } p = -\frac{b}{2a}, \quad q = -\frac{\Delta}{4a}$$

Zadanie 29. (0-2)

Oblicz najmniejszą i największą wartość funkcji kwadratowej $f(x) = x^2 - 6x + 3$ w przedziale $\langle 0, 4 \rangle$.

$$a = 1 \quad b = -6 \quad c = 3$$

Wykresem funkcji kwadratowej jest parabola o wierzchołku w punkcie

$$1. \quad p = \frac{-(-6)}{2 \cdot 1} = \frac{6}{2} = 3 \in \langle 0, 4 \rangle$$

min

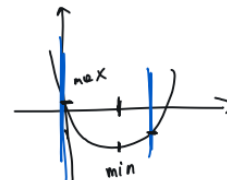
$$W = (p, q) \text{ gdzie } p = -\frac{b}{2a}, \quad q = -\frac{\Delta}{4a}$$

$$f_{\min} \text{ dla } x = 3$$

$$f(3) = 3^2 - 6 \cdot 3 + 3 = 9 - 18 + 3 = -9 + 3 = -6$$

$$f_{\max} \text{ dla } x = 0$$

$$f(0) = 0^2 - 6 \cdot 0 + 3 = 3$$



Zadanie 10. (0-1)

Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = \frac{4}{x} - 4$ dla każdej liczby rzeczywistej $x \neq 0$.

Liczba $f(2) - f(-2)$ jest równa

A. (-8)

B. (-4)

C. 4

D. 0

$$f(2) = \frac{4}{2} - 4 = 2 - 4 = -2$$

$$f(-2) = \frac{4}{-2} - 4 = -2 - 4 = -6$$

$$-2 - (-6) = -2 + 6 = 4$$

Zadanie 15.

Masa m leku $\mathcal{L}$ zażytego przez chorego zmienia się w organizmie zgodnie z zależnością wykładniczą

$$m(t) = m_0 \cdot (0,6)^{0,25t}$$

gdzie:

m_0 – masa (wyrażona w mg) przyjętej w chwili $t = 0$ dawki leku,

t – czas (wyrażony w godzinach) liczony od momentu $t = 0$ zażycia leku.

Zadanie 15.1. (0-1)

Chory przyjął jednorazowo lek $\mathcal{L}$ w dawce 200 mg.

Oblicz, ile mg leku $\mathcal{L}$ pozostanie w organizmie chorego po 12 godzinach od momentu przyjęcia dawki. Zapisz obliczenia.

$$m_0 = 200 \text{ mg}$$

$$t = 12 \text{ godz.}$$

$$\begin{aligned} m(12) &= 200 \cdot (0,6)^{0,25 \cdot 12} = \\ &= 200 \cdot (0,6)^3 = 200 \cdot 0,216 = \underline{\underline{43,2}} \end{aligned}$$



Zadanie 12. (0–1)

Proces stygnięcia naparu z ziół w otoczeniu o stałej temperaturze 22°C opisuje funkcja wykładnicza $T(x) = 78 \cdot 2^{-0,05x} + 22$, gdzie $T(x)$ to temperatura naparu wyrażona w stopniach Celsjusza ($^{\circ}\text{C}$) po x minutach liczonych od momentu $x = 0$, w którym zioła zalano wrzątkiem.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Temperatura naparu po 20 minutach od momentu zalania ziół wrzątkiem jest równa

A. 22°C

B. 39°C

C. 78°C

☒ D. 61°C

$$\begin{aligned}x &= 20 \\T(20) &= 78 \cdot 2^{-0,05 \cdot 20} + 22 = \\78 \cdot 2^{-1} + 22 &= 78 \cdot \frac{1}{2} + 22 = 39 + 22 = \\&= 61\end{aligned}$$



Zadanie 30. (0-3)

Suma dwóch nieujemnych liczb rzeczywistych x oraz y jest równa 12.

Wyznacz x oraz y , dla których wartość wyrażenia $2x^2 + y^2$ jest najmniejsza.
Oblicz tę najmniejszą wartość. Zapisz obliczenia.

③

$$x + y = 12 \rightarrow y = 12 - x$$

$2x^2 + y^2$
po podstawieniu: $2x^2 + (12-x)^2 = \underline{2x^2 + 144 - 24x + x^2} =$

$$= 3x^2 - 24x + 144$$

$a=3 \quad b=-24$

$$p = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-24)}{2 \cdot 3} = \frac{24}{6} = 4$$



① $p = x = 4$

② $y = 12 - x = 12 - 4 = 8$

③ $x=4 \quad y=8 \quad 2x^2 + y^2$

$$2 \cdot 4^2 + 8^2 = 2 \cdot 16 + 64 = 32 + 64 = \underline{\underline{96}}$$



Zadanie 31. (0-4)

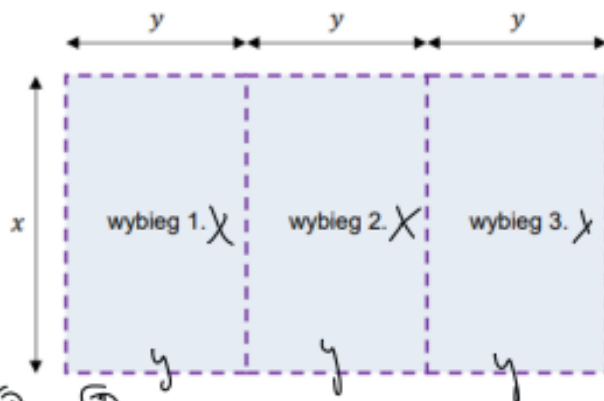
W schronisku dla zwierząt, na płaskiej powierzchni, należy zbudować ogrodzenie z siatki wydzielające trzy identyczne wybiegi o wspólnych ścianach wewnętrznych.

Podstawą każdego z tych trzech wybiegów jest prostokąt (jak pokazano na rysunku).

Do wykonania tego ogrodzenia należy zużyć 36 metrów bieżących siatki.

Schematyczny rysunek trzech wybiegów (widok z góry).

Linia przerywaną zaznaczono siatkę.



Oblicz wymiary x oraz y jednego wybiegu, przy których suma pól podstaw tych trzech wybiegów będzie największa. W obliczeniach pominięto szerokość wejścia na każdy z wybiegów. Zapisz obliczenia.

$$4x + 6y = 36$$

$$6y = 36 - 4x \quad | :6$$

$$y = 6 - \frac{4}{6}x = 6 - \frac{2}{3}x$$

$$x, y > 0$$

$$6 - \frac{2}{3}x > 0$$

$$-\frac{2}{3}x > -6 \quad | : (-\frac{2}{3})$$

$$x < -6 \cdot (-\frac{3}{2})$$

$$x < 9$$

$$x \in (0, 9)$$

$$3x \cdot (\frac{2}{3}x)$$

$$\text{Pole: } x \cdot 3y$$

$$x \cdot 3 \cdot (6 - \frac{2}{3}x) = 3x(6 - \frac{2}{3}x) =$$

$$= 18x - 2x^2 = -2x^2 + 18x$$

$$a = -2 \quad b = 18$$

$$\textcircled{1} \quad r = \frac{-b}{2a} = \frac{-18}{-2 \cdot 2} = \frac{-18}{-4} = \frac{9}{2} = 4,5$$

$$p = x = 4,5$$

$$\textcircled{2} \quad y = 6 - \frac{2}{3} \cdot \frac{4,5}{1} = 6 - \frac{9}{3} = 6 - 3 = 3$$



Zadanie 16. (0–1)

Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n = (-1)^n \cdot \frac{n+1}{2}$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Trzeci wyraz tego ciągu jest równy

- A. 2 **B. (-2)** C. 3 D. (-1)

$$a_3 = (-1)^3 \cdot \frac{3+1}{2} = (-1) \cdot \frac{4}{2} = (-1) \cdot 2 = -2$$

Zadanie 15. (0–1)

Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n = 2^n \cdot (n+1)$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wyraz a_4 jest równy

- A. 64 B. 40 C. 48 **D. 80**

$$a_4 = 2^4 \cdot (4+1) = 16 \cdot 5 = 80$$

Zadanie 15. (0–1)

Dany jest ciąg (a_n) określony wzorem $a_n = 2n^2 + n$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Ciąg (a_n) jest malejący.	P	F
Ósmy wyraz ciągu (a_n) jest równy 136.	P	F

$$a_1 = 2 \cdot 1^2 + 1 = 2 \cdot 1 + 1 = 2 + 1 = 3$$

$$a_2 = 2 \cdot 2^2 + 2 = 2 \cdot 4 + 2 = 8 + 2 = 10$$

$$a_3 = 2 \cdot 3^2 + 3 = 2 \cdot 9 + 3 = 18 + 3 = 21$$

$$a_8 = 2 \cdot 8^2 + 8 = 2 \cdot 64 + 8 = 128 + 8 = 136$$



Zadanie 16. (0-1)

Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n = \frac{n-2}{3}$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba wyrazów tego ciągu mniejszych od 10 jest równa

A. 28

B. 31

C. 32

D. 27

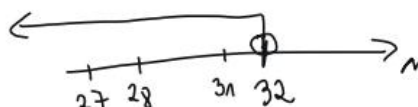
$$a_n < 10$$

$$\frac{n-2}{3} < 10 \quad | \cdot 3$$

$$n-2 < 30$$

$$n < 30+2$$

$$n < 32$$

**Zadanie 17. (0-1)**

W ciągu arytmetycznym (a_n) , określonym dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$, dane są wyrazy: $a_1 = 7$ oraz $a_2 = 13$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wyraz a_{10} jest równy

A. (-47)

B. 52

C. 61

D. 67

①

$$a_1 = 7 \quad \downarrow +6$$

$$a_2 = 13$$

$$a_3 = 19$$

$$a_4 = 25$$

$$a_5 = 31$$

$$r = 6$$

$$a_6 = 37$$

$$a_7 = 43$$

$$a_8 = 49$$

$$a_9 = 55$$

$$a_{10} = 61$$

②

$$a_1 = 7$$

$$r = 6$$

$$a_{10} = ?$$

$$a_n = a_1 + (n-1)r$$

$$a_{10} = a_1 + (10-1) \cdot r$$

$$a_{10} = a_1 + 9r \quad a_{10} = 7 + 9 \cdot 6 = 7 + 54 = \underline{\underline{61}}$$



Zadanie 13. (0–1)

Ciąg arytmetyczny (a_n) jest określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. W tym ciągu $a_2 = 4$ oraz $a_3 = 9$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Szósty wyraz ciągu (a_n) jest równy

A. 24

B. 29

C. 36

D. 69

$$\begin{array}{l} a_2 = 4 \\ a_3 = 9 \\ a_4 = 14 \end{array} \quad \downarrow +5$$

$$\begin{array}{l} a_5 = 19 \\ a_6 = 24 \end{array}$$

$$a_6 = a_2 + 4r$$

Zadanie 17. (0–1)

Trzywyrazowy ciąg $(1, 4, a + 5)$ jest arytmetyczny.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba a jest równa

A. 0

B. 7

C. 2

D. 11

$$\begin{array}{l} a_1 = 1 \\ a_2 = 4 \\ a_3 = a + 5 \end{array} \quad \begin{array}{l} \downarrow +3 \\ \downarrow +3 \\ \downarrow +3 \end{array}$$
$$a_3 = a + 5 = 7$$

$$\begin{array}{l} a + 5 = 7 \\ a = 7 - 5 \\ a = 2 \end{array}$$



Zadanie 16. (0-1)

Pięciowyrazowy ciąg $(-3, \frac{1}{2}, x, y, 11)$ jest arytmetyczny.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczby x oraz y są równe

☒ A. $x = 4$ oraz $y = \frac{15}{2}$.

B. $x = \frac{15}{2}$ oraz $y = 4$.

C. $x = -4$ oraz $y = \frac{15}{2}$.

D. $x = -\frac{15}{2}$ oraz $y = 4$.

$$\begin{aligned} a_1 &= -3 \\ a_2 &= \frac{1}{2} \\ a_3 &= x = 4 \\ a_4 &= y \\ a_5 &= 11 \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} + 3\frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned} -3 + r &= \frac{1}{2} \\ r &= \frac{1}{2} + 3 \\ r &= 3\frac{1}{2} \\ x &= \frac{1}{2} + 3\frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \frac{7}{2} = \frac{8}{2} = 4 \\ y &= 4 + 3\frac{1}{2} = 7\frac{1}{2} = \frac{15}{2} \end{aligned}$$

Zadanie 35. (0-2)

Dany jest ciąg (a_n) określony wzorem ogólnym $a_n = 4n - 9$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$.

Wykaż, że ciąg (a_n) jest arytmetyczny.

$$a_{n+1} - a_n \in \mathbb{R}$$

$$a_n = 4n - 9$$

$$a_{n+1} = 4 \cdot (n+1) - 9 = 4n + 4 - 9 = 4n - 5$$

$$\begin{aligned} a_{n+1} - a_n &= 4n - 5 - (4n - 9) = 4n - 5 - 4n + 9 = \\ &= 4 \in \mathbb{R} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (n^2 + n + 1) - (n^2 + 7) &= n^2 + n + 1 - n^2 - 7 = \\ a_{n+1} \quad \quad \quad a_n & \quad \quad \quad = n - 6 \end{aligned}$$

to nie jest c. arytmetyczny



Zadanie 15. (0-1)

Trzywyrazowy ciąg $(1 - 2a, 12, 48)$ jest geometryczny.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba a jest równa

☒ A. (-1)

B. 3

C. 4

D. 12,5

$$\begin{aligned} a_1 &= 1 - 2a \\ a_2 &= 12 \\ a_3 &= 48 \end{aligned} \quad \begin{array}{l} \nearrow : 4 \\ \searrow : 4 \end{array}$$

$$a_1 = 3$$

$$\begin{aligned} 1 - 2a &= 3 \\ -2a &= 3 - 1 \\ -2a &= 2 \quad | : (-2) \\ a &= -1 \end{aligned}$$

Zadanie 16. (0-1)

Trzywyrazowy ciąg $(27, 9, a - 1)$ jest geometryczny.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba a jest równa

A. 3

B. 0

☒ C. 4

D. 2

$$\begin{aligned} a_1 &= 27 \\ a_2 &= 9 \\ a_3 &= a - 1 \end{aligned} \quad \begin{array}{l} \searrow : 3 \\ \nearrow : 3 \end{array}$$

$$\begin{aligned} a - 1 &= 3 \\ a &= 3 + 1 \\ a &= 4 \end{aligned}$$



Zadanie 14. (0-1)

Dany jest ciąg geometryczny (a_n) określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$, w którym $a_2 = 2$ oraz $a_5 = 54$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wówczas ciąg (a_n) jest równy

$q = ?$

☒ A. 3

☐ B. 9

☐ C. $\frac{52}{3}$

☐ D. 27

$$\begin{array}{ccccccc} a_2 = 2 & & a_3 & & a_4 & & a_5 = 54 \\ & \searrow & & \searrow & & \searrow & \\ & \cdot q & & \cdot q & & \cdot q & \end{array}$$
$$\begin{aligned} a_2 \cdot q^3 &= a_5 \\ 2 \cdot q^3 &= 54 & | :2 \\ q^3 &= 27 & | \sqrt[3]{} \\ q &= 3 \end{aligned}$$

Zadanie 18. (0-1)

Trzywyrazowy ciąg $(-1, 2, x)$ jest arytmetyczny.

Trzywyrazowy ciąg $(-1, 2, y)$ jest geometryczny.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczby x oraz y spełniają warunki

☐ A. $x > 0$ i $y > 0$

☒ B. $x > 0$ i $y < 0$

☐ C. $x < 0$ i $y > 0$

☐ D. $x < 0$ i $y < 0$

A:

$$\begin{array}{l} a_1 = -1 \\ a_2 = 2 \\ a_3 = x = 5 > 0 \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} +3$$

G:

$$\begin{array}{l} a_1 = -1 \\ a_2 = 2 \\ a_3 = y = -4 < 0 \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \cdot (-2)$$



Zadanie 17. (0-2)

Dany jest ciąg geometryczny (a_n) , określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$.

W tym ciągu $a_1 = -5$, $a_2 = 15$, $a_3 = -45$.

Dokończ zdanie. Zaznacz dwie odpowiedzi tak, aby dla każdej z nich dokończenie poniższego zdania było prawdziwe.

Wzór ogólny ciągu (a_n) ma postać

Wzór na n -ty wyraz ciągu geometrycznego (a_n) , określonego dla $n \geq 1$, o pierwszym wyrazie a_1 i ilorazie q :

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1} \text{ dla } n \geq 1$$

☒ A. $a_n = -5 \cdot (-3)^{n-1}$

☐ B. $a_n = -5 \cdot (-3)^n$

☐ C. $a_n = -5 \cdot 3^{n-1}$

☐ D. $a_n = -5 \cdot \frac{(-3)^n}{3}$

☒ E. $a_n = 5 \cdot \frac{(-3)^n}{3}$

☐ F. $a_n = 5 \cdot (-3)^n \cdot 3$

$$a_1 = -5$$

$$a_1 \cdot q = a_2$$

$$-5 \cdot q = 15 \quad | : (-5)$$

$$q = -3$$

$$a_n = -5 \cdot (-3)^{n-1}$$

$$a^r \cdot a^s = a^{r+s}$$

$$-5 \cdot (-3)^{n-1} = -5 \cdot (-3)^n \cdot (-3)^{-1} =$$

$$= \underline{-5} \cdot (-3)^n \cdot \underline{\left(-\frac{1}{3}\right)} = \frac{5}{1} \cdot \frac{1}{3} \cdot (-3)^n = \frac{5}{3} \left(\frac{-3}{1}\right)^n =$$

$$= 5 \cdot \frac{(-3)^n}{3}$$



Zadanie 14.

Dany jest ciąg (a_n) określony wzorem $a_n = \frac{7^n}{21}$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$.

Zadanie 14.1. (0-1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Pięćdziesiątym wyrazem ciągu (a_n) jest

☒ A. $\frac{7^{49}}{3}$

☐ B. $\frac{7^{50}}{3}$

☐ C. $\frac{7^{51}}{3}$

☐ D. $\frac{7^{52}}{3}$

$$a_{50} = \frac{7^{50}}{21} = \frac{7^{50}}{3 \cdot 7^1} = \frac{7^{49}}{3}$$

$$\frac{a^r}{a^s} = a^{r-s}$$

Zadanie 14.2. (0-1)

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Ciąg (a_n) jest geometryczny.	☒ P	☐ F
Suma trzech początkowych wyrazów ciągu (a_n) jest równa 20.	☐ P	☒ F

$$a_n = \frac{7^n}{21}$$

$$a_1 = \frac{7^1}{21} = \frac{7}{21} = \frac{1}{3}$$

$$a_2 = \frac{7^2}{21} = \frac{49}{21} = \frac{7}{3}$$

$$a_3 = \frac{7^3}{21} = \frac{343}{21} = \frac{49}{3}$$

$$\text{Suma: } \frac{1}{3} + \frac{7}{3} + \frac{49}{3} = \frac{57}{3} = 19 \neq 20$$



Zadanie 34. (0-2)

Dany jest ciąg (a_n) określony wzorem rekurencyjnym:

$$\begin{cases} a_1 = -2 \\ a_{n+1} = n \cdot a_n + 4 \end{cases} \quad \text{dla każdej liczby naturalnej } n \geq 1$$

Oblicz sumę czterech początkowych wyrazów ciągu (a_n) .

$$a_2 = a_{1+1} = 1 \cdot a_1 + 4 = 1 \cdot (-2) + 4 = -2 + 4 = 2$$

$$a_3 = a_{2+1} = 2 \cdot a_2 + 4 = 2 \cdot 2 + 4 = 4 + 4 = 8$$

$$a_4 = a_{3+1} = 3 \cdot a_3 + 4 = 3 \cdot 8 + 4 = 24 + 4 = 28$$

$$\text{suma: } -2 + 2 + 8 + 28 = 36$$

Zadanie 6. (3 pkt)

Ciąg (a_n) określony jest wzorem

$$\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_2 = 2 \\ a_{n+2} = 2^{n-1} + a_n + a_{n+1} \end{cases} \quad \text{dla } n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$$

Wyznacz czwarty wyraz tego ciągu.

$$a_3 = a_{1+2} = 2^{1-1} + a_1 + a_2 = 2^0 + 1 + 2 = 1 + 1 + 2 = 4$$

$$a_4 = a_{2+2} = 2^{2-1} + a_2 + a_3 = 2^1 + 2 + 4 = 8$$



Zadanie 18. (0-2)

Ciąg $(\underbrace{3x^2 + 5x}_{a_1}, \underbrace{x^2}_{a_2}, \underbrace{20 - x^2}_{a_3})$ jest arytmetyczny.

Oblicz x . Zapisz obliczenia.

Dla sąsiednich wyrazów ciągu arytmetycznego (a_n) prawdziwa jest równość:

$$a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2} \text{ dla } n \geq 2$$

$$x^2 = \frac{3x^2 + 5x + 20 - x^2}{2}$$

$$x^2 = \frac{2x^2 + 5x + 20}{2} \quad | \cdot 2$$

$$2x^2 = 2x^2 + 5x + 20$$

$$-5x = 20 \quad | : (-5)$$

$$\underline{\underline{x = -4}}$$

$$a_2 = \frac{a_1 + a_3}{2}$$

Zadanie 17. (0-2)

Ciąg arytmetyczny (a_n) jest określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Trzeci wyraz tego ciągu jest równy (-1) , a suma piętnastu początkowych kolejnych wyrazów tego ciągu jest równa (-165) .

Oblicz różnicę tego ciągu. Zapisz obliczenia.

$r = ?$

$$\begin{cases} a_3 = -1 \\ S_{15} = -165 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1 + 2r = -1 \\ \frac{2a_1 + 14r}{2} \cdot 15 = -165 \quad | :15 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1 + 2r = -1 \\ \frac{2a_1 + 14r}{2} = -11 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1 + 2r = -1 & | \cdot (-1) \\ a_1 + 7r = -11 \end{cases}$$

$$+ \begin{cases} -a_1 - 2r = 1 \\ a_1 + 7r = -11 \end{cases}$$

$$5r = -10 \quad | :5$$

$$\underline{\underline{r = -2}}$$

$$a_n = a_1 + (n-1)r$$

$$a_3 = a_1 + 2r$$

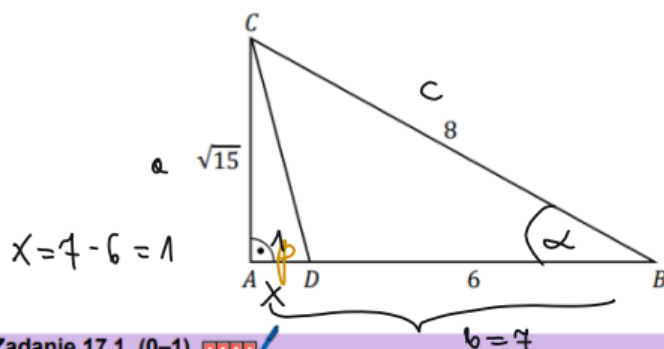
$$S_n = \frac{2a_1 + (n-1)r}{2} \cdot n$$

$$\begin{aligned} S_{15} &= \frac{2a_1 + (15-1)r}{2} \cdot 15 = \\ &= \frac{2a_1 + 14r}{2} \cdot 15 \end{aligned}$$



Zadanie 17.

Dany jest trójkąt prostokątny ABC , w którym $|AC| = \sqrt{15}$ i $|BC| = 8$. Na przyprostokątnej AB leży taki punkt D , że $|BD| = 6$ (zobacz rysunek).



$$\begin{aligned} e^2 + b^2 &= c^2 \\ \sqrt{15}^2 + b^2 &= 8^2 & b = 7 \\ 15 + b^2 &= 64 \\ b^2 &= 64 - 15 \\ b^2 &= 49 \end{aligned}$$

Zadanie 17.1. (0-1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Sinus kąta ostrego ABC jest równy

A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{7}{8}$

C. $\frac{\sqrt{15}}{4}$

D. $\frac{\sqrt{15}}{8}$

$$\sin \alpha = \frac{a}{c} = \frac{\sqrt{15}}{8}$$

Zadanie 17.2. (0-1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Tangens kąta ostrego ADC jest równy

A. $\sqrt{15}$

B. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{7}{8}$

D. $\frac{\sqrt{15}}{8}$

$$\tan \beta = \frac{\sqrt{15}}{1} = \sqrt{15}$$



Zadanie 16. (0-1)

Kąt α jest ostry oraz $\cos \alpha = \frac{24}{25}$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Tangens kąta α jest równy

A. $\frac{7}{18}$

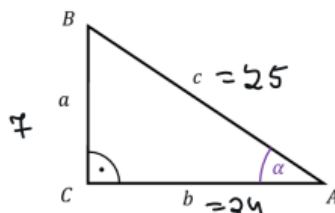
B. $\frac{7}{24}$

C. $\frac{7}{25}$

D. $\frac{18}{25}$

Definicje funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym

$$\begin{aligned}\sin \alpha &= \frac{a}{c} \\ \cos \alpha &= \frac{b}{c} \\ \operatorname{tg} \alpha &= \frac{a}{b}\end{aligned}$$



$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b} = \frac{7}{24}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c} = \frac{24}{25}$$

$$a^2 + 24^2 = 25^2$$

$$a^2 + 576 = 625$$

$$a^2 = 625 - 576$$

$$a^2 = 49 \quad \sqrt{}$$

$$a = 7$$

Zadanie 17. (0-1)

Kąt α jest ostry oraz $\sin \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Tangens kąta α jest równy

A. $\frac{\sqrt{5}}{2}$

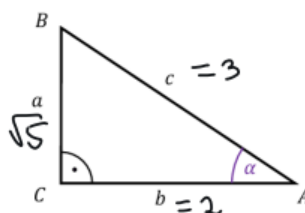
B. $\frac{2}{3}$

C. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

D. $\frac{3\sqrt{5}}{5}$

Definicje funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym

$$\begin{aligned}\sin \alpha &= \frac{a}{c} \\ \cos \alpha &= \frac{b}{c} \\ \operatorname{tg} \alpha &= \frac{a}{b}\end{aligned}$$



$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$\sin \alpha = \frac{a}{c} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\sqrt{5}^2 + b^2 = 3^2$$

$$5 + b^2 = 9$$

$$b^2 = 9 - 5$$

$$b^2 = 4$$

$$b = 2$$



Zadanie 19. (0-1)

Kąt α jest ostry i $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{6}}{7}$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Sinus kąta α jest równy

A. $\frac{24}{49}$

B. $\frac{5}{7}$

C. $\frac{25}{49}$

D. $\frac{\sqrt{6}}{7}$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin^2 \alpha + \left(\frac{2\sqrt{6}}{7}\right)^2 = 1$$

$$\sin^2 \alpha + \frac{4 \cdot 6}{49} = 1$$

$$\sin^2 \alpha + \frac{24}{49} = 1$$

$$\alpha < 90^\circ$$

$$\sin \alpha, \cos \alpha > 0$$

$$\sin^2 \alpha = 1 - \frac{24}{49}$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{49}{49} - \frac{24}{49}$$

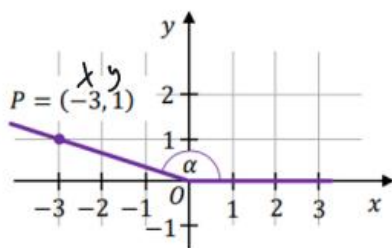
$$\sin^2 \alpha = \frac{25}{49} \quad | \sqrt{}$$

$$\sin \alpha = \frac{5}{7}$$



Zadanie 18. (0–1)

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) zaznaczono kąt α o wierzchołku w punkcie $O = (0, 0)$. Jedno z ramion tego kąta pokrywa się z dodatnią półosią Ox , a drugie przechodzi przez punkt $P = (-3, 1)$ (zobacz rysunek).



$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{-3} = -\frac{1}{3}$$

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Tangens kąta α jest równy

A. $\frac{1}{\sqrt{10}}$

B. $\left(-\frac{3}{\sqrt{10}}\right)$

C. $\left(-\frac{3}{1}\right)$

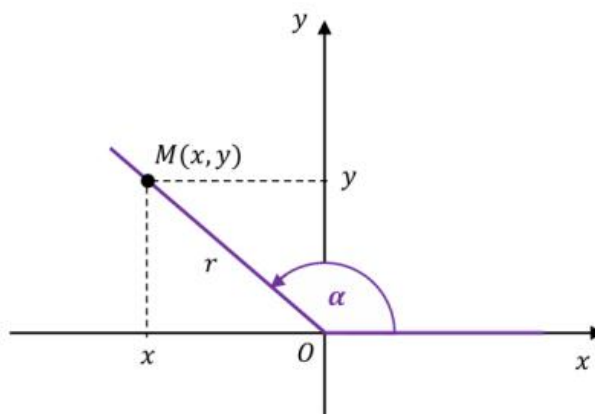
D. $\left(-\frac{1}{3}\right)$

Definicje funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta

$$\begin{aligned}\sin \alpha &= \frac{y}{r} \\ \cos \alpha &= \frac{x}{r} \\ \operatorname{tg} \alpha &= \frac{y}{x}, \quad \text{o ile } x \neq 0\end{aligned}$$

gdzie

$$r = |OM| = \sqrt{x^2 + y^2} > 0$$



Zadanie 19. (0-1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $1 + \cos^2 27^\circ$ jest równa

☒ A. $2 - \sin^2 27^\circ$

☐ B. $\sin^2 27^\circ$ X

☐ C. $2 + \sin^2 27^\circ$

☐ D. 2

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha$$

$$\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha$$

$$1 + 1 - \sin^2 27^\circ = 2 - \sin^2 27^\circ$$

Zadanie 19. (0-1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $\sin^3 20^\circ + \cos^2 20^\circ \cdot \sin 20^\circ$ jest równa

☐ A. $\cos 20^\circ$

☒ B. $\sin 20^\circ$

☐ C. $\tan 20^\circ$

☐ D. $\sin 20^\circ \cdot \cos 20^\circ$

$$\begin{aligned} \sin^3 \alpha + \cos^2 \alpha \cdot \sin \alpha &= \sin \alpha (\underbrace{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}_1) = \\ &= \sin \alpha \cdot 1 = \sin \alpha \end{aligned}$$

Zadanie 19. (0-1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Dla każdego kąta ostrego α wyrażenie $\cos \alpha - \cos \alpha \cdot \sin^2 \alpha$ jest równe

☒ A. $\cos^3 \alpha$

☐ B. $\sin^2 \alpha$

☐ C. $1 - \sin^2 \alpha$

☐ D. $\cos \alpha$

$$\begin{aligned} \cos \alpha (1 - \sin^2 \alpha) &= \\ = \cos^3 \alpha \cdot \cos^2 \alpha &= \cos^3 \alpha \end{aligned}$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha$$

$$\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha$$

Zadanie 19. (0-1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Dla każdego kąta ostrego α wyrażenie $\sin^4 \alpha + \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha$ jest równe

☒ A. $\sin^2 \alpha$

☐ B. $\sin^6 \alpha \cdot \cos^2 \alpha$

☐ C. $\sin^4 \alpha + 1$

☐ D. $\sin^2 \alpha \cdot (\sin \alpha + \cos \alpha) \cdot (\sin \alpha - \cos \alpha)$

$$\sin^2 \alpha (\underbrace{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}_1) = \sin^2 \alpha \cdot 1 = \sin^2 \alpha$$



Zadanie 18. (0-1)

Dany jest trójkąt ABC , w którym $|AB| = 5$, $|AC| = 2$ oraz $\cos \angle BAC = \frac{3}{5}$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Długość boku BC tego trójkąta jest równa

A. $\sqrt{17}$

B. $\sqrt{23}$

C. $\sqrt{35}$

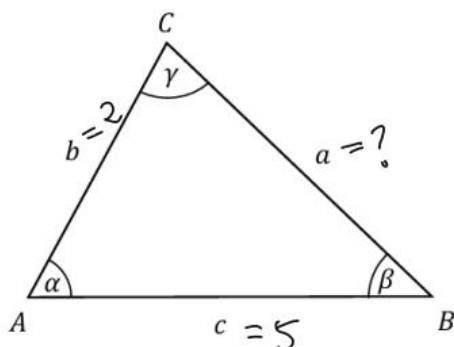
D. $\sqrt{41}$

• Twierdzenie cosinusów

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \alpha$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos \beta$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma$$



$$\cos \alpha = \frac{3}{5}$$

$$a^2 = 2^2 + 5^2 - 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot \frac{3}{5}$$

$$a^2 = 4 + 25 - 12$$

$$a^2 = 29 - 12$$

$$a^2 = 17 \quad \sqrt{\quad}$$

$$a = \sqrt{17}$$



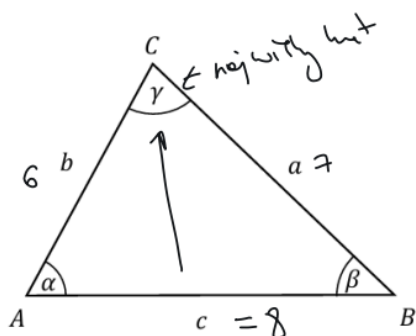
Zadanie 21. (0-2)

Dany jest trójkąt ABC o bokach długości 6, 7 oraz 8.

Oblicz cosinus największego kąta tego trójkąta.

Zapisz obliczenia.

- Twierdzenie cosinusów



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \alpha$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos \beta$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma$$

$$8^2 = 7^2 + 6^2 - 2 \cdot 7 \cdot 6 \cdot \cos \gamma$$

$$64 = 49 + 36 - 84 \cos \gamma$$

$$64 - 49 - 36 = -84 \cos \gamma$$

$$-21 = -84 \cos \gamma$$

$$84 \cos \gamma = 21 \quad | :84$$

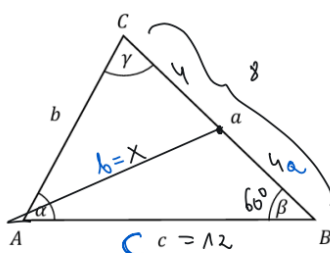
$$\cos \gamma = \frac{21}{84} = \frac{1}{4}$$

$$\cos \gamma = \frac{1}{4}$$

Zadanie 40. (0-2)

W trójkącie ABC dane są długości dwóch boków $|AB| = 12$, $|BC| = 8$ oraz miara kąta $|\angle ABC| = 60^\circ$.

Oblicz długość środkowej tego trójkąta poprowadzonej z wierzchołka A .



- Twierdzenie cosinusów

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \alpha$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos \beta$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma$$

$$x^2 = 4^2 + 12^2 - 2 \cdot 4 \cdot 12 \cdot \cos 60^\circ$$

- Wartości funkcji trygonometrycznych dla wybranych kątów

α	0°	30°	45°	60°	90°
	0	$\frac{1}{6}\pi$	$\frac{1}{4}\pi$	$\frac{1}{3}\pi$	$\frac{1}{2}\pi$
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\operatorname{tg} \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	nie istnieje

$$x^2 = 16 + 144 - 8 \cdot 12 \cdot \frac{1}{2}$$

$$x^2 = 160 - 48$$

$$x^2 = 112 \quad \sqrt{}$$

$$x = \sqrt{112}$$

$$x = 4\sqrt{7}$$

$$\begin{array}{r|l} 112 & 2 > 2 \\ 56 & 2 > 2 \\ 28 & 2 > 2 \\ 14 & 2 > 2 \\ 7 & 2 > 2 \\ 1 & \end{array}$$



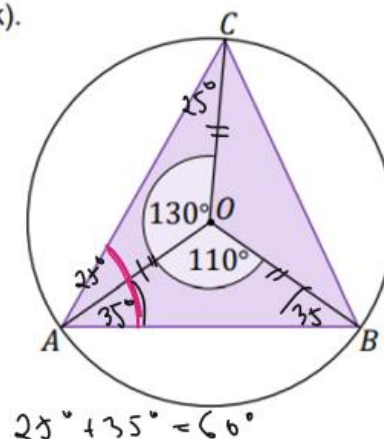
Zadanie 19. (0-1)

Punkty A, B, C leżą na okręgu o środku O (zobacz rysunek). Ponadto $|\angle AOC| = 130^\circ$ oraz $|\angle BOA| = 110^\circ$.

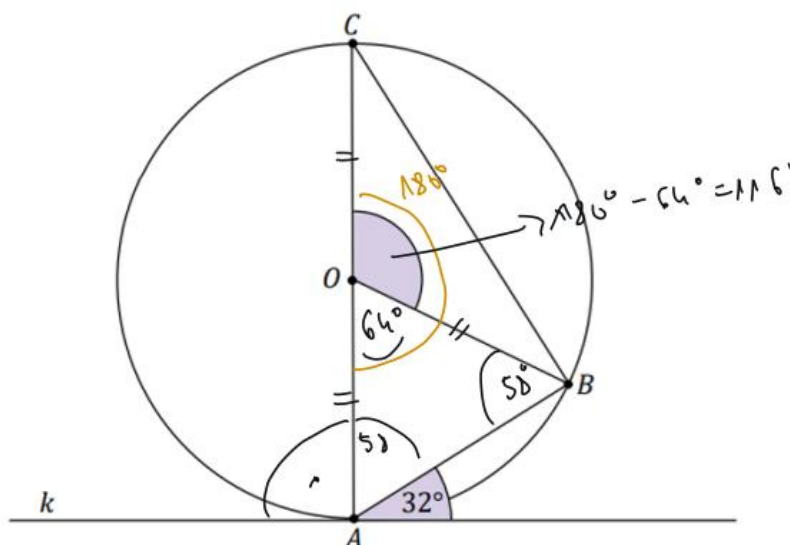
Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Miara kąta wewnętrznego BAC trójkąta ABC jest równa

- ☒ A. 60°
 B. 55°
 C. 50°
 D. 65°

**Zadanie 22. (0-1)**

Punkty A, B oraz C leżą na okręgu o środku w punkcie O . Prosta k jest styczna do tego okręgu w punkcie A i tworzy z cięciwą AB kąt o mierze 32° . Ponadto odcinek AC jest średnicą tego okręgu (zobacz rysunek).



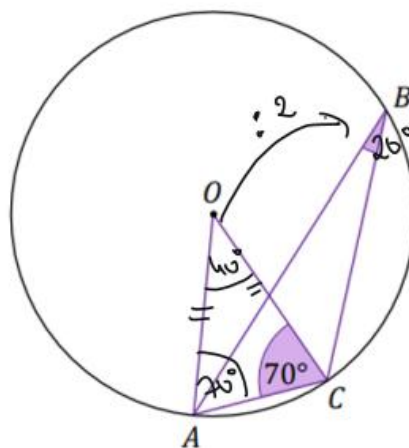
Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Miara kąta rozwartego BOC jest równa

- A. 148° ☒ B. 116° C. 154° D. 122°

Zadanie 21. (0–1)

Punkty A, B, C leżą na okręgu o środku w punkcie O .
Kąt ACO ma miarę 70° (zobacz rysunek).



Dokończ zdanie.

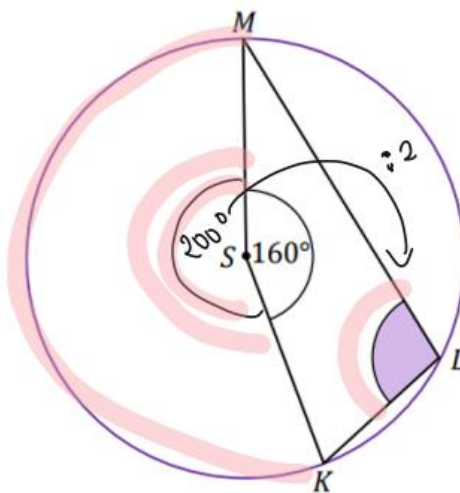
Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Miara kąta ostrego ABC jest równa

- A. 10° ☒ B. 20° C. 35° D. 40°

Zadanie 19. (0–1)

Punkty K, L oraz M leżą na okręgu o środku w punkcie S . Miara kąta KSM jest równa 160° (zobacz rysunek).



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Miara kąta wpisanego KLM jest równa

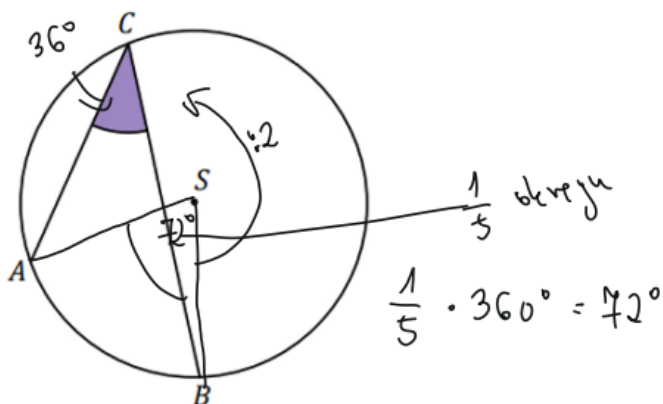
- A. 80° B. 90° ☒ C. 100° D. 110°



Zadanie 21. (0–1)



Punkty A , B oraz C leżą na okręgu o środku w punkcie S . Długość łuku AB , na którym jest oparty kąt wpisany ACB , jest równa $\frac{1}{5}$ długości okręgu (zobacz rysunek).



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Miara kąta ostrego ACB jest równa

A. 18°

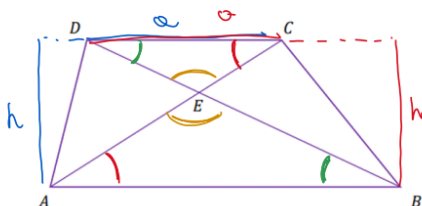
B. 30°

☒ C. 36°

D. 72°

Zadanie 22. (0–1)

W trapezie $ABCD$ o podstawach AB i CD przekątne przecinają się w punkcie E (zobacz rysunek).



Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Trójkąt ABE jest podobny do trójkąta CDE .	$\angle \angle \angle$	☒ P	F
Pole trójkąta ACD jest równe polu trójkąta BCD .		☒ P	F

Cechy podobieństwa trójkątów



a) cecha podobieństwa „bok–bok–bok” dla trójkątów ABC i KLM :

długości boków trójkąta ABC są proporcjonalne do odpowiednich długości boków trójkąta KLM , np.: $\frac{|AB|}{|KL|} = \frac{|BC|}{|LM|} = \frac{|CA|}{|MK|}$

b) cecha podobieństwa „bok–kąt–bok” dla trójkątów ABC i KLM :

długości dwóch boków trójkąta ABC są proporcjonalne do odpowiednich długości dwóch boków trójkąta KLM i kąty między tymi parami boków są przystające, np.: $\frac{|AB|}{|KL|} = \frac{|AC|}{|KM|}$ i $\angle BAC = \angle LKM$.

☒ c) cecha podobieństwa „kąt–kąt–kąt” dla trójkątów ABC i KLM :

kąty trójkąta ABC są przystające do odpowiednich kątów trójkąta KLM , np.: $\angle BAC = \angle LKM$ i $\angle ABC = \angle KLM$ i $\angle ACB = \angle KML$.



Zadanie 20. (0–1)

Trapez T_1 , o polu równym 52 i obwodzie 36, jest podobny do trapezu T_2 . Pole trapezu T_2 jest równe 13.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Obwód trapezu T_2 jest równy

☒ A. 18

B. 9

C. $\frac{169}{9}$

D. $\frac{52}{3}$

T_1 : pole 52

obw.: 36

T_2 : pole 13

obw.: ? x

↑ k^2

↑ $k = 2$

$$k^2 = \frac{52}{13} = 4$$

$$k^2 = 4$$

$$\begin{aligned} \frac{T_1}{T_2} &\Rightarrow \frac{36}{x} = 2 \quad | \cdot x \\ 36 &= 2x \quad | : 2 \\ x &= 18 \end{aligned}$$

Zadanie 21. (0–1)

Dany jest równoległobok o bokach długości 3 i 4 oraz o kącie między nimi o mierze 120° .

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

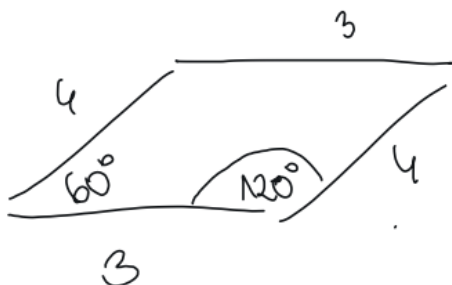
Pole tego równoległoboku jest równe

A. 12

B. $12\sqrt{3}$

C. 6

☒ D. $6\sqrt{3}$

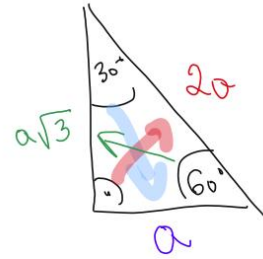
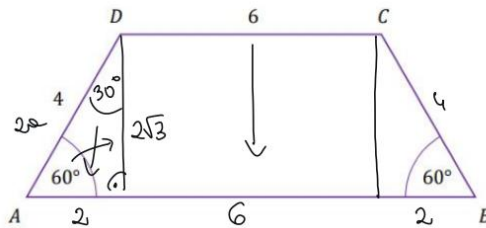


$$\begin{aligned} P &= 3 \cdot 4 \cdot \sin 60^\circ = \\ &= 12 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3} \end{aligned}$$



Zadanie 24. (0-2)

Dany jest trapez równoramienny $ABCD$, w którym podstawa CD ma długość 6, ramię AD ma długość 4, a kąty BAD oraz ABC mają miarę 60° (zobacz rysunek).



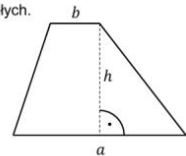
Oblicz pole tego trapezu. Zapisz obliczenia.

$$\begin{aligned} P &= \frac{10+6}{2} \cdot 2\sqrt{3} = \\ &= \frac{16}{2} \cdot 2\sqrt{3} = 8 \cdot 2\sqrt{3} \\ &= 16\sqrt{3} \end{aligned}$$

Czworokąt

Trapez – czworokąt, który ma co najmniej jedną parę boków równoległych.
Wzór na pole P trapezu:

$$P = \frac{a+b}{2} \cdot h$$

**Zadanie 26. (0-1)**

Przekątna ściany sześcianu ma długość $2\sqrt{2}$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

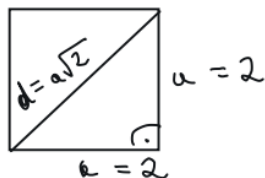
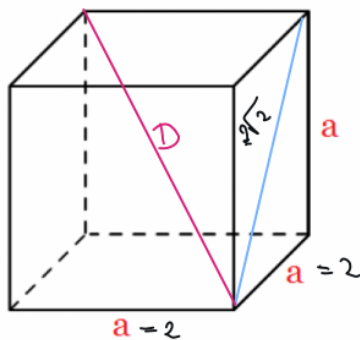
Objętość tego sześcianu jest równa

A. 8

B. 24

C. $\frac{16\sqrt{6}}{9}$

D. $16\sqrt{2}$



$$\begin{aligned} a\sqrt{2} &= 2\sqrt{2} \quad / : \sqrt{2} \\ a &= 2 \end{aligned}$$

$$V = a^3 = 2^3 = 8$$

D – przekątna „całego” sześcianu $\rightarrow a\sqrt{3}$



Zadanie 25. (0-1)

Długości trzech krawędzi wychodzących z jednego wierzchołka prostopadłościanu są trzema kolejnymi parzystymi liczbami naturalnymi. Najdłuższa krawędź tego prostopadłościanu ma długość p .

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Objętość tego prostopadłościanu jest równa

- A. $p^3 - 3p^2 + 2p$
 B. $p^3 + 3p^2 + 2p$
 C. $p^3 - 6p^2 - 8p$
☒ D. $p^3 - 6p^2 + 8p$

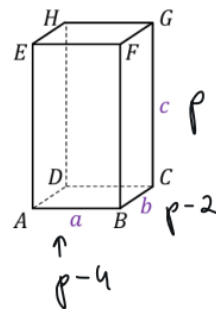
Prostopadłościan

$$P_c = 2(ab + bc + ca)$$

$$V = abc$$

gdzie a , b , c są długościami krawędzi prostopadłościanu

$$V = (p-4) \cdot (p-2) \cdot p = (p^2 - 2p - 4p + 8) \cdot p = \\ = (p^2 - 6p + 8) \cdot p = p^3 - 6p^2 + 8p$$

**Zadanie 25. (0-1)**

Długości trzech wychodzących z jednego wierzchołka krawędzi prostopadłościanu są trzema kolejnymi liczbami naturalnymi parzystymi. Najdłuższa krawędź tego prostopadłościanu ma długość 10.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Pole powierzchni całkowitej tego prostopadłościanu jest równe

- ☒ A. 376 B. 466 C. 480 D. 720

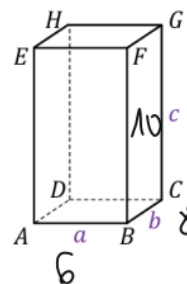
Prostopadłościan

$$P_c = 2(ab + bc + ca)$$

$$V = abc$$

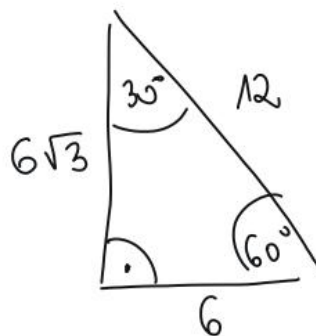
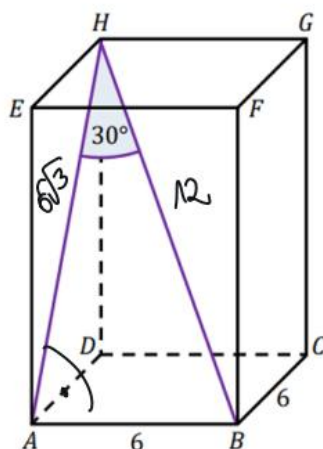
gdzie a , b , c są długościami krawędzi prostopadłościanu

$$P_c = 2 \cdot (6 \cdot 8 + 8 \cdot 10 + 10 \cdot 6) = \\ = 2 \cdot (48 + 80 + 60) = 2 \cdot 188 = 376$$



Zadanie 26. (0-1)

Dany jest prostopadłościan $ABCDEFGH$, w którym podstawy $ABCD$ i $EFGH$ są kwadratami o boku długości 6. Przekątna BH tego prostopadłościanu tworzy z przekątną AH ściany bocznej $ADHE$ kąt o mierze 30° (zobacz rysunek).



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Przekątna BH tego prostopadłościanu ma długość równą

A. $4\sqrt{3}$

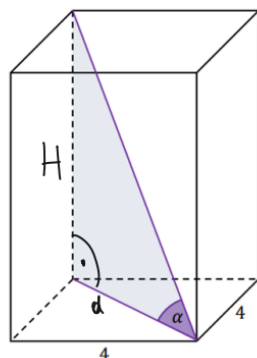
B. $6\sqrt{3}$

☒ C. 12

D. $12\sqrt{2}$

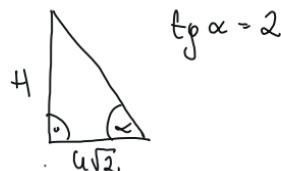
Zadanie 27. (0-1)

Podstawą graniastosłupa prawidłowego czworokątnego jest kwadrat o boku długości 4. Przekątna tego graniastosłupa jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem α takim, że $\operatorname{tg} \alpha = 2$ (zobacz rysunek).



$$d = a\sqrt{2}$$

$$d = 4\sqrt{2}$$

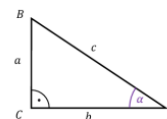


Definicje funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym

$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$$



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wysokość tego graniastosłupa jest równa

A. 2

B. 8

☒ C. $8\sqrt{2}$

D. $16\sqrt{2}$

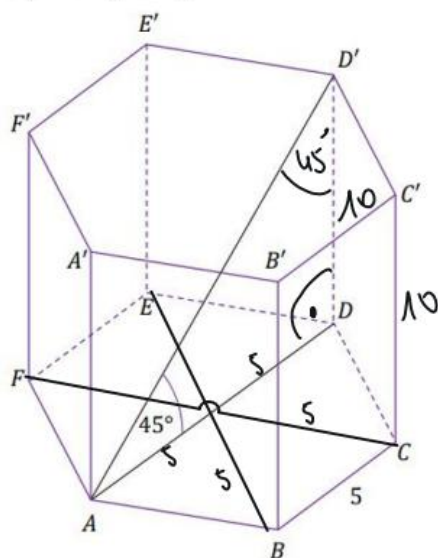
$$\frac{4}{4\sqrt{2}} = 2$$

$$H = 8\sqrt{2}$$



Zadanie 30. (0–1)

Dany jest graniastosłup prawidłowy sześciokątny $ABCDEF A' B' C' D' E' F'$, w którym krawędź podstawy ma długość 5. Przekątna AD' tego graniastosłupa jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem 45° (zobacz rysunek).



$$P = a \cdot h = 5 \cdot 10 = 50$$

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Pole ściany bocznej tego graniastosłupa jest równe

A. 12,5

B. 25

☒ C. 50

D. 100



Zadanie 24. (0-1)

Liczba wszystkich ścian ostrosłupa prawidłowego jest równa 12.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba wszystkich wierzchołków tego ostrosłupa jest równa

A. 10

B. 11

C. 12

D. 13

n - ilość boków $\sim$ podstawy

GRANIASTOSTUPY

wierzchołków : $2n$

ściany : $n+2$

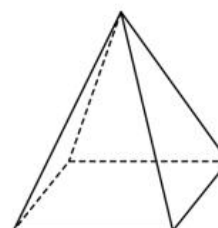
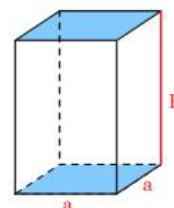
krawędzie : $3n$

OSTROSTOPY

wierzchołków : $n+1$

ściany : $n+1$

krawędzie : $2n$



Zadanie 26. (0-1)

Ostrosłup F_1 jest podobny do ostrosłupa F_2 .

Objętość ostrosłupa F_1 jest równa 64.

Objętość ostrosłupa F_2 jest równa 512.

Uzupełnij poniższe zdanie. Wpisz odpowiednią liczbę w wykropkowanym miejscu tak, aby zdanie było prawdziwe.

Stosunek pola powierzchni całkowitej ostrosłupa F_2 do pola powierzchni całkowitej ostrosłupa F_1 jest równy $\frac{4}{1}$.

$$V_{F_1} = 64$$

$$V_{F_2} = 512 \rightarrow k^3$$

$$k^3 = \frac{V_{F_2}}{V_{F_1}} = \frac{512}{64} = 8 \quad k^3 = 8 \rightarrow k = 2$$

$$\text{pole} : k^2 \rightarrow 2^2 = 4 \quad k^2 = 4$$

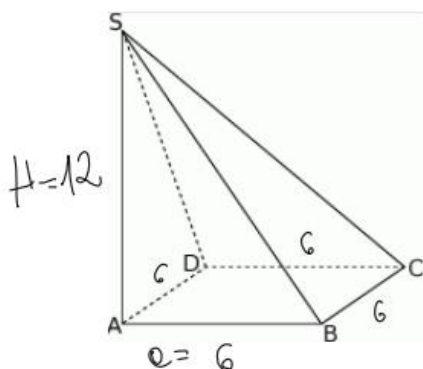
Zadanie 29.

Dany jest ostrosłup, którego podstawą jest kwadrat o boku 6. Jedna z krawędzi bocznych tego ostrosłupa ma długość 12 i jest prostopadła do płaszczyzny podstawy.

Zadanie 29.1. (0-1)

Uzupełnij zdanie. Wpisz odpowiednią wartość liczbową w wykropkowanym miejscu.

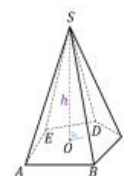
Objętość tego ostrosłupa jest równa 144.



Ostrosłup

$$V = \frac{1}{3} \cdot P_p \cdot h$$

gdzie h jest wysokością ostrosłupa.



$$V = \frac{1}{3} \cdot 6^2 \cdot 12 = \frac{1}{3} \cdot 36 \cdot 12 = 144$$



Zadanie 29.2. (0-1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

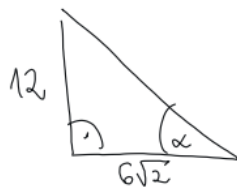
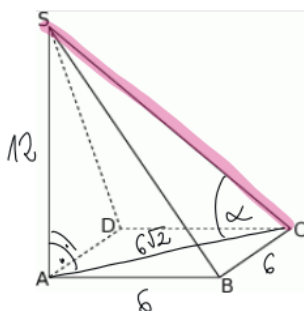
Tangens kąta nachylenia najdłuższej krawędzi bocznej tego ostrosłupa do płaszczyzny podstawy jest równy

A. $\sqrt{2}$

B. $\frac{\sqrt{6}}{3}$

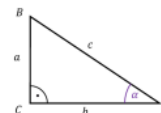
C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$



Definicje funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym

$$\begin{aligned}\sin \alpha &= \frac{a}{c} \\ \cos \alpha &= \frac{b}{c} \\ \operatorname{tg} \alpha &= \frac{a}{b}\end{aligned}$$



$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{12}{6\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$$

Zadanie 20. (0-1)

Tworząca stożka jest o 2 dłuższa od promienia jego podstawy, a pole powierzchni bocznej jest o 2π większe od pola podstawy. Promień podstawy tego stożka jest równy

A. 3

B. 2π

C. 1

D. π

• Koło

Pole P koła o promieniu r jest równe:

$$P = \pi r^2$$

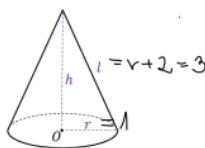
Obwód L koła o promieniu r jest równy:

$$L = 2\pi r$$

• Stożek

$$\begin{aligned}P_b &= \pi r l \\ P_c &= \pi r(r + l) \\ V &= \frac{1}{3} \pi r^2 h\end{aligned}$$

gdzie r jest promieniem podstawy stożka, h – jego wysokością, natomiast l – tworząca stożka. Punkt O jest środkiem symetrii podstawy stożka.



$$P_p = \pi r^2 \quad P_b = \pi r l = \pi \cdot r \cdot (r+2)$$

$$P_b = P_p + 2\pi$$

$$\pi r(r+2) = \pi r^2 + 2\pi$$

$$\pi r(r+2) = \pi(r^2 + 2) \quad | : \pi$$

$$r(r+2) = r^2 + 2$$

$$r^2 + 2r = r^2 + 2$$

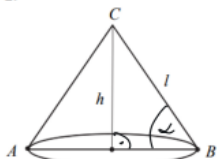
$$2r = 2 \quad | : 2$$

$$r = 1$$



Zadanie 25. (1 pkt)

Dany jest stożek o objętości 18π , którego przekrojem osiowym jest trójkąt ABC (zobacz rysunek). Kąt CBA jest kątem nachylenia tworzącej l tego stożka do płaszczyzny jego podstawy. Tangens kąta CBA jest równy 2.



$$V = 18\pi$$

Stożek

$$\begin{aligned} P_b &= \pi r l \\ P_c &= \pi r(r + l) \\ V &= \frac{1}{3} \pi r^2 h \end{aligned}$$



gdzie r jest promieniem podstawy stożka, h – jego wysokością, natomiast l – tworzącą stożka. Punkt O jest środkiem symetrii podstawy stożka.

Wynika stąd, że wysokość h tego stożka jest równa

A. 12

B. 6

C. 4

D. 2



$$\tan \alpha = 2$$

$$\frac{h}{r} = 2$$

$$h = 2r$$

$$h = 2 \cdot 3 = 6$$

$$\frac{1}{3} \pi r^2 \cdot 2r = 18\pi$$

$$\frac{2}{3} r^3 = 18 \quad | : \frac{2}{3}$$

$$r^3 = \frac{18 \cdot 3}{2}$$

$$r^3 = 27$$

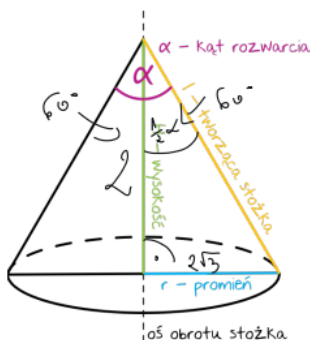
$$r = 3$$

$$\begin{array}{r} 27 : 3 \\ 9 : 3 \\ 3 : 3 \\ 1 \end{array} \Bigg\} 3$$

Zadanie 26. (0–2)

Objętość stożka o wysokości 2 jest równa 8π .

Oblicz miarę kąta rozwarcia tego stożka. Zapisz obliczenia.



$$V = 8\pi$$

$$h = 2$$

Stożek

$$\begin{aligned} P_b &= \pi r l \\ P_c &= \pi r(r + l) \\ V &= \frac{1}{3} \pi r^2 h \end{aligned}$$



gdzie r jest promieniem podstawy stożka, h – jego wysokością, natomiast l – tworzącą stożka. Punkt O jest środkiem symetrii podstawy stożka.

$$\frac{1}{3} \pi r^2 \cdot 2 = 8\pi$$

$$\frac{2}{3} r^2 = 8 \quad | : \frac{2}{3}$$

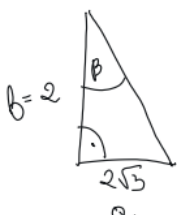
$$r^2 = \frac{8 \cdot 3}{2}$$

$$r^2 = 12$$

$$r = \sqrt{12}$$

$$r = 2\sqrt{3}$$

$$\begin{array}{r} 12 : 3 \\ 4 : 3 \end{array} \Bigg\} 4$$



$$\tan \beta = \frac{a}{b} = \frac{2}{2\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\beta = 30^\circ$$

Definicja funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym

$$\begin{aligned} \sin \alpha &= \frac{a}{c} \\ \cos \alpha &= \frac{b}{c} \\ \tan \alpha &= \frac{a}{b} \end{aligned}$$



• Wartości funkcji trygonometrycznych dla wybranych kątów

α	0°	30°	45°	60°	90°
α	0	$\frac{1}{6}\pi$	$\frac{1}{4}\pi$	$\frac{1}{3}\pi$	$\frac{1}{2}\pi$
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	nie istnieje

$$\text{Kąt rozwarcie stożka: } 2 \cdot 60^\circ = 120^\circ$$



MATEMATYKA MATURA
KLAUDIA GACKOWSKA

<https://matematyka-matura.pl/>

Zadanie 61. (0-1)

Pole powierzchni bocznej walca jest równe 16π , a promień jego podstawy ma długość 2.

Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

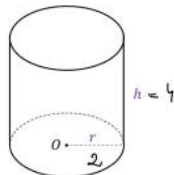
Objętość tego walca jest równa

- A. 16 B. 32 C. 16π D. 32π

Walec

$$\begin{aligned} P_b &= 2\pi r h \\ P_c &= 2\pi r(r+h) \\ V &= \pi r^2 h \end{aligned}$$

gdzie h jest wysokością walca, O – środkiem symetrii podstawy walca, r – promieniem podstawy walca.



$$P_b = 16\pi \quad r=2 \quad h=?$$

$$\begin{aligned} 2\pi \cdot 2 \cdot h &= 16\pi \\ 4h &= 16 \quad |:4 \\ h &= 4 \end{aligned}$$

$$V = \pi \cdot 2^2 \cdot 4 = \pi \cdot 4 \cdot 4 = 16\pi$$

Zadanie 22. (1 pkt)

Promień kuli o objętości $V = 288\pi$ jest równy

- A. 18 B. 9 C. 8 D. 6

Kula

$$\begin{aligned} P_c &= 4\pi r^2 \\ V &= \frac{4}{3}\pi r^3 \end{aligned}$$

gdzie r jest promieniem kuli, natomiast O – środkiem symetrii kuli.



$$\frac{4}{3}\pi r^3 = 288\pi$$

$$\frac{4}{3}r^3 = 288 \quad |: \frac{4}{3}$$

$$r^3 = \frac{288}{1} \cdot \frac{3}{4} = 216$$

$$r^3 = 216 \quad \sqrt[3]{}$$

$$r = \sqrt[3]{216}$$

$$r = 6$$

$$\begin{array}{r|l} 216 & 2 \\ \hline 108 & 2 \\ \hline 54 & 2 \\ \hline 27 & 3 \\ \hline 9 & 3 \\ \hline 3 & 3 \\ \hline 1 & \end{array}$$

Zadanie 21. (0-1)

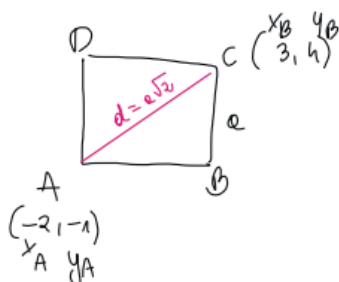
W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) punkty $A = (-2, -1)$ oraz $C = (3, 4)$ są przeciwległymi wierzchołkami kwadratu $ABCD$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Długość boku kwadratu $ABCD$ jest równa

$a = ?$

- A. 5 B. 10 C. $5\sqrt{2}$ D. $\sqrt{10}$



Długość odcinka

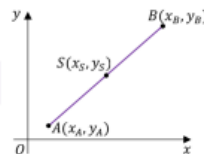
Długość odcinka AB o końcach w punktach $A = (x_A, y_A)$ oraz $B = (x_B, y_B)$ jest równa:

$$|AB| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

Współrzędne środka odcinka

Współrzędne środka $S = (x_S, y_S)$ odcinka AB o końcach w punktach $A = (x_A, y_A)$ oraz $B = (x_B, y_B)$ są równe:

$$x_S = \frac{x_A + x_B}{2} \quad y_S = \frac{y_A + y_B}{2}$$



$$d = |AC| = \sqrt{(3+2)^2 + (4+1)^2} = \sqrt{5^2 + 5^2} = \sqrt{25+25} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

$$d \Rightarrow a\sqrt{2} = 5\sqrt{2} \quad |: \sqrt{2}$$

$$a = 5$$

$$\begin{array}{r|l} 50 & 2 \rightarrow \sqrt{2} \\ \hline 25 & 5 \\ \hline 5 & 5 \\ \hline 1 & \end{array}$$



Zadanie 27. (0-1)

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) punkty $A = (-1, 5)$ oraz $C = (3, -3)$ są przeciwległymi wierzchołkami kwadratu $ABCD$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

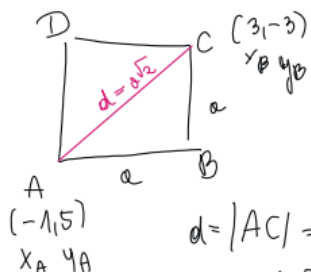
Pole kwadratu $ABCD$ jest równe

A. $8\sqrt{10}$

B. $16\sqrt{5}$

C. 40

D. 80



$$P = a^2$$

Długość odcinka

Długość odcinka AB o końcach w punktach $A = (x_A, y_A)$ oraz $B = (x_B, y_B)$ jest równa:

$$|AB| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

$$d = |AC| = \sqrt{(3+1)^2 + (-3-5)^2} = \sqrt{4^2 + (-8)^2} = \sqrt{16+64} = \sqrt{80}$$

$$a = 4\sqrt{5}$$

$$a\sqrt{2} = 4\sqrt{5} \quad | : \sqrt{2}$$

$$a = \frac{4\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$$

$$P = a^2 = \left(\frac{4\sqrt{5}}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{16 \cdot 5}{2} = 40$$

$$\begin{array}{r|l} 80 & 2 > 2 \\ 40 & 2 > 2 \\ 20 & 2 > 2 \\ 10 & 2 > 2 \\ 5 & 5 \rightarrow \sqrt{5} \\ 1 & \end{array}$$

Zadanie 21. (0-1)

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) punkty $K = (-7, -2)$ oraz $L = (-1, 4)$ są wierzchołkami trójkąta równobocznego KLM .

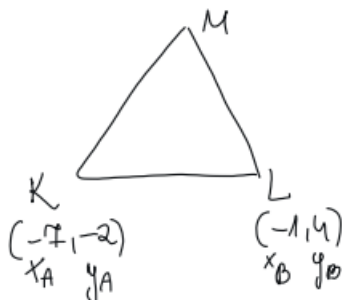
Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

A. $17\sqrt{2}$

B. $17\sqrt{3}$

C. $18\sqrt{2}$

D. $18\sqrt{3}$



• Związki miarowe w trójkącie równobocznym

a – długość boku trójkąta równobocznego
 h – wysokość trójkąta równobocznego

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2} \quad P_{\Delta} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

$$r = \frac{1}{3}h \quad R = \frac{2}{3}h$$



Długość odcinka

Długość odcinka AB o końcach w punktach $A = (x_A, y_A)$ oraz $B = (x_B, y_B)$ jest równa:

$$|AB| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

$$|KL| = \sqrt{(-1+7)^2 + (4+2)^2} = \sqrt{6^2 + 6^2} = \sqrt{36+36} = \sqrt{72}$$

$$a = \sqrt{72}$$

$$P_{\Delta} = \frac{\sqrt{72}^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = \frac{72\sqrt{3}}{4} = 18\sqrt{3}$$



Zadanie 22. (0-1)

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) proste k oraz l są określone równaniami

$$k: y = (3m - 2)x - 2$$

$$l: y = (2m + 4)x + 2$$

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Proste k oraz l są równoległe, gdy liczba m jest równa

- A. (-6) B. (-2) C. 2 **D. 6**

- Proste równoległe

Dwie proste o równaniach kierunkowych $y = a_1x + b_1$ oraz $y = a_2x + b_2$ są równoległe wtedy i tylko wtedy, gdy:

$$a_1 = a_2$$

$$a_1 = a_2$$

$$3m - 2 = 2m + 4$$

$$3m - 2m = 4 + 2$$

$$m = 6$$

Zadanie 19. (0-1)

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) dane są proste k oraz l o równaniach

$$k: y = -\frac{1}{2}x - 7$$

$$l: y = (2m - 1)x + 13$$

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Proste k oraz l są równoległe, gdy

- A. $m = (-\frac{1}{2})$ **B. $m = \frac{1}{4}$** C. $m = \frac{3}{2}$ D. $m = 2$

$$a_1 = a_2$$

$$-\frac{1}{2} = 2m - 1$$

$$-\frac{1}{2} + 1 = 2m$$

$$\frac{1}{2} = 2m \quad | :2$$

$$m = \frac{1}{4}$$

Zadanie 51. (0-1)

Na płaszczyźnie, w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) , dany jest okrąg $\mathcal{O}$ określony równaniem:

$$(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 16$$

$$a = 2$$

$$b = -3$$

$$r = 4$$

Dokończ zdania. Zaznacz odpowiedź spośród A-D oraz odpowiedź spośród E-G.

1. Środek S okręgu $\mathcal{O}$ ma współrzędne

- A. $S = (2, -3)$**
B. $S = (-2, -3)$
C. $S = (-2, 3)$
D. $S = (-2, 3)$

Równanie okręgu

Równanie okręgu o środku $S = (a, b)$ i promieniu $r > 0$ w postaci kanonicznej:

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

$$r^2 = 16$$

$$r = 4$$

2. Promień r okręgu $\mathcal{O}$ jest równy

- E. $r = 16$
F. $r = 4$
G. $r = 5$



Zadanie 20. (0-1)

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) dany jest okrąg O o środku w punkcie $S = (4, -2)$. Okrąg O jest styczny do osi Ox układu współrzędnych.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

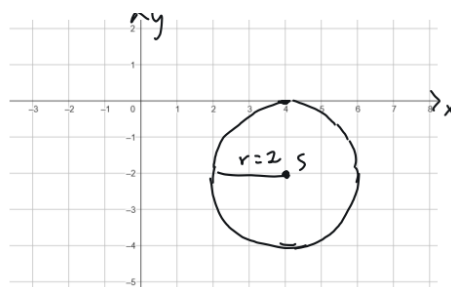
Okrąg O jest określony równaniem

- ☒ A. $(x-4)^2 + (y+2)^2 = 4$ B. $(x-4)^2 + (y+2)^2 = 2$
☐ C. $(x+4)^2 + (y-2)^2 = 4$ D. $(x+4)^2 + (y-2)^2 = 2$

Równanie okręgu

Równanie okręgu o środku $S = (a, b)$ i promieniu $r > 0$ w postaci kanonicznej:

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$



$$(x-4)^2 + (y+2)^2 = 4$$

Zadanie 23. (0-1)

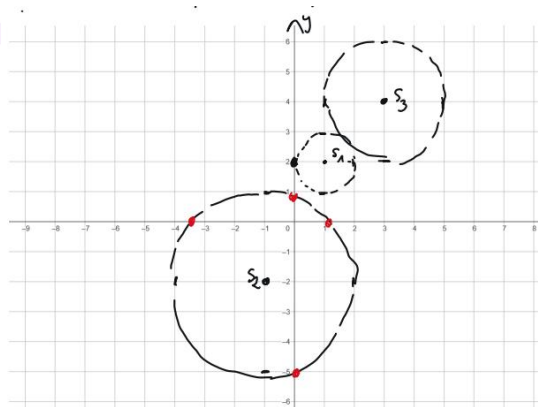
W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) dane są cztery okręgi: o_1 , o_2 , o_3 , o_4 , o równaniach:

$$\begin{aligned} o_1: (x-1)^2 + (y-2)^2 &= 1 & S_1(1, 2) & \quad r=1 \\ o_2: (x+1)^2 + (y+2)^2 &= 9 & S_2(-1, -2) & \quad r=3 \\ o_3: (x-3)^2 + (y-4)^2 &= 4 & S_3(3, 4) & \quad r=2 \\ o_4: (x+3)^2 + (y+4)^2 &= 16 & & \end{aligned}$$

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Okręgiem, który nie ma żadnego punktu wspólnego z osiami układu współrzędnych (x, y) , jest

- A. o_1 B. o_2 ☒ C. o_3 D. o_4



Zadanie 23.2. (0-1)

Okrąg K jest obrazem okręgu O w symetrii środkowej względem początku układu współrzędnych.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Okrąg K jest określony równaniem

- A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 5$ B. $(x+1)^2 + (y+2)^2 = 5$
☒ C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 5$ ☒ D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 5$

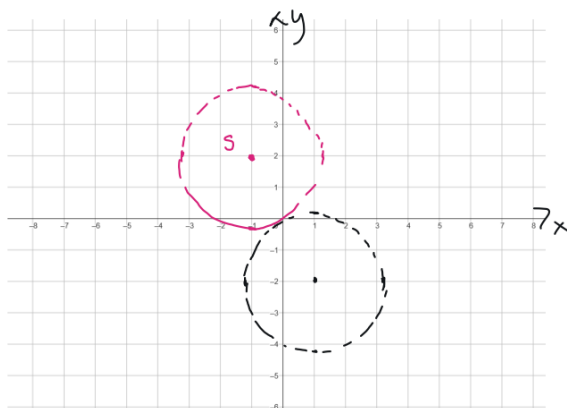
$$S(-1, 2)$$

Równanie okręgu

Równanie okręgu o środku $S = (a, b)$ i promieniu $r > 0$ w postaci kanonicznej:

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$

$$(x+1)^2 + (y-2)^2 = 5$$



Zadanie 23. (0-1)

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) odcinek o końcach $A = (-4, 7)$ oraz $B = (6, -1)$ jest średnicą okręgu O .

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Okrąg O jest określony równaniem

- ☒ A. $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 41$
☐ B. $(x-5)^2 + (y+4)^2 = 41$ ✗
☐ C. $(x-1)^2 + (y+3)^2 = 41$
☐ D. $(x-5)^2 + (y-4)^2 = 41$ ✗

$$x_s = \frac{-4+6}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

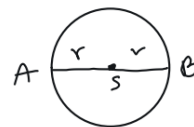
$$y_s = \frac{7+(-1)}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

$$S(1, 3)$$

$$A(-4, 7)$$

$$r = |AS| = \sqrt{(1+4)^2 + (3-7)^2} = \sqrt{5^2 + (-4)^2} = \sqrt{25+16} = \sqrt{41}$$

$$r = \sqrt{41}$$



Długość odcinka

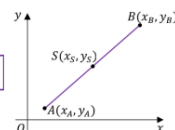
Długość odcinka AB o końcach w punktach $A = (x_A, y_A)$ oraz $B = (x_B, y_B)$ jest równa:

$$|AB| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

Współrzędne środka odcinka

Współrzędne środka $S = (x_S, y_S)$ odcinka AB o końcach w punktach $A = (x_A, y_A)$ oraz $B = (x_B, y_B)$ są równe:

$$x_S = \frac{x_A + x_B}{2} \quad y_S = \frac{y_A + y_B}{2}$$



Zadanie 27. (0-1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wszystkich liczb naturalnych pięciocyfrowych nieparzystych, w których zapisie dziesiętnym występują wyłącznie cyfry 0, 1, 2, 3 (np. 12303, 11111), jest

A. 32

☒ B. 384

C. 512

D. 576

$$\frac{3}{\cancel{01}} \cdot \frac{4}{\cancel{13}} \cdot \frac{4}{\cancel{13}} \cdot \frac{4}{\cancel{13}} \cdot \frac{2}{\cancel{13}} = 384$$



Zadanie 29. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wszystkich liczb naturalnych czterocyfrowych parzystych, w których zapisie dziesiętnym występują tylko cyfry 2, 4, 7 (np.: 7272, 2222, 7244), jest

A. 16

B. 27

C. 54

D. 81

$$\underbrace{3 \cdot 3 \cdot 3}_{\{2,4\}} \cdot \underbrace{2}_{\{2,4\}} = 54$$

Zadanie 27. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wszystkich liczb naturalnych dwucyfrowych, w których zapisie dziesiętnym cyfra dziesiątek jest o 3 większa od cyfry jedności, jest

A. 3

B. 6

C. 7

D. 13

<u>9</u>	<u>6</u>
8	5
7	4
6	3
5	2
4	1
3	0



Zadanie 27. (0–1)

Rozważamy wszystkie kody czterocyfrowe utworzone tylko z cyfr 1, 3, 6, 8, przy czym w każdym kodzie każda z tych cyfr występuje dokładnie jeden raz.

! bez powtórzeń

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba wszystkich takich kodów jest równa

A. 4

B. 10

☒ C. 24

D. 16

$$\underline{4} \cdot \underline{3} \cdot \underline{2} \cdot \underline{1} = 24$$

Zadanie 30. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wszystkich liczb naturalnych czterocyfrowych, w których zapisie dziesiętnym cyfry się nie powtarzają, jest

A. $9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$

B. $9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9$

C. $10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7$

☒ D. $9 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7$

$$\underline{9} \cdot \underline{9} \cdot \underline{8} \cdot \underline{7}$$

~~10~~



Zadanie 28. (0-2)

Dane są dwa zbiory: $C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ oraz $D = \{7, 8, 9, 10\}$.

Losujemy jedną liczbę ze zbioru C , a następnie losujemy jedną liczbę ze zbioru D .

Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A polegającego na tym, że wylosujemy liczby, których iloczyn będzie podzielny przez 4. Zapisz obliczenia.

•	1	2	3	4	5	6
7	7	14	21	28	35	42
8	8	16	24	32	40	48
9	9	18	27	36	45	54
10	10	20	30	40	50	60

$$\bar{\Omega} = 6 \cdot 4 = 24$$

A - iloczyn podzielny przez 4

$$\bar{A} = 11$$

$$P(A) = \frac{\bar{A}}{\bar{\Omega}} = \frac{11}{24}$$

Zadanie 29. (0-2)

Dane są dwa zbiory: $C = \{0, 4, 5, 7, 9\}$ oraz $D = \{1, 2, 3\}$.

Losujemy jedną liczbę ze zbioru C , a następnie losujemy jedną liczbę ze zbioru D .

Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A polegającego na tym, że suma wylosowanych liczb będzie większa od 9. Zapisz obliczenia.

+	0	4	5	7	9
1	1	5	6	8	10
2	2	6	7	9	11
3	3	7	8	10	12

$$\Omega = 5 \cdot 3 = 15$$

A - suma większa od 9

$$\bar{A} = 4$$

$$P(A) = \frac{4}{15}$$



Z tego pudełka w sposób losowy wyciągamy jedną kulę.

jest równe $\frac{3}{5}$.

Liczba kul białych w pudełku, przed wyciągnięciem jednej kuli, była równa

- B.** 12

D. 30

biatē : x
carne : 18
wasy stwie : $x + 18$

$$\frac{18}{x+18} = \frac{3}{5}$$

$$90 = 3(x + 18)$$

$$90 = 3x + 54$$

$$90-54 = 3 \times$$

$$3G = 3x$$

$$3x = 36 \quad |:3$$

$$x = 12$$

Do szkolnego koła czytelniczego należy 50 uczniów. Opiekun koła zebrał dane dotyczące liczby książek przeczytanych przez tych uczniów w listopadzie 2024 roku. W poniższej tabeli przedstawiono wyniki zebrane przez opiekuna.

Liczba przeczytanych książek	4	5	6	7	8
Liczba uczniów, którzy przeczytali daną liczbę książek	5	8	12	13	12

Uzupełnij zdania. Wpisz odpowiednie liczby w wy kropkowanych miejscach, aby zdania były prawdziwe.

- 6.38

2. Mediana liczby przeczytanych książek w tej grupie uczniów jest równa 6,5.

$$\frac{6+7}{2} = 6,5$$

$4, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 7, 7, 7, 7, 7, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8$

Średnia arytmetyczna $\bar{a}$ z liczb $a_1, a_2, \dots, a_n$ jest równa:

$$\bar{a} = \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n}$$

$$\bar{x} = \frac{5 \cdot 4 + 8 \cdot 5 + 12 \cdot 6 + 13 \cdot 7 + 12 \cdot 8}{50} =$$

$$= \frac{20 + 40 + 72 + 81 + 96}{50} = \frac{319}{50} = 6,38$$

- Mediana

Medianą uporządkowanego w kolejności niemalejącej zbioru n danych liczbowych $a_1, a_2, \dots, a_n$ jest:

- dla n nieparzystych: $a_{\frac{n+1}{2}}$ (środkowy wyraz ciągu)

– dla n parzystych: $\frac{1}{2} \cdot \left(a_{\frac{n}{2}} + a_{\frac{n}{2}+1} \right)$ (średnia arytmetyczna dwóch środkowych wyrazów ciągu)

Zadanie 28. (0–1)

W tabeli zestawiono liczbę punktów uzyskanych przez 32 uczniów pewnej klasy za rozwiązanie jednego z zadań testu z matematyki.

Liczba punktów	0	1	2	3	4	5
Liczba uczniów	2	2	5	6	11	6

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Średnia arytmetyczna liczby punktów uzyskanych za rozwiązanie tego zadania przez uczniów tej klasy jest równa

A. 2,5

☒ B. 3,25

C. 3,31

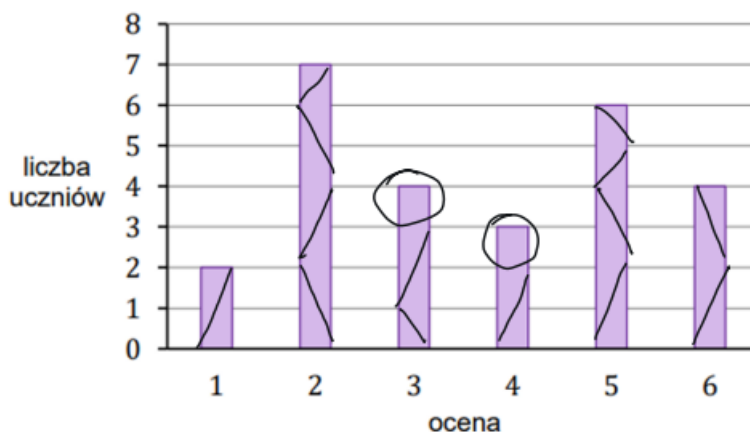
D. 4

$$\bar{X} = \frac{2 \cdot 0 + 2 \cdot 1 + 5 \cdot 2 + 6 \cdot 3 + 11 \cdot 4 + 6 \cdot 5}{32} =$$

$$= \frac{2 + 10 + 18 + 44 + 30}{32} = \frac{104}{32} = 3,25$$

Zadanie 29. (0–1)

Na diagramie przedstawiono wyniki sprawdzianu z matematyki w pewnej klasie maturalnej. Na osi poziomej podano oceny, które uzyskali uczniowie tej klasy, a na osi pionowej podano liczbę uczniów, którzy otrzymali daną ocenę.



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Mediana ocen uzyskanych z tego sprawdzianu przez uczniów tej klasy jest równa

A. 4,5

B. 4

☒ C. 3,5

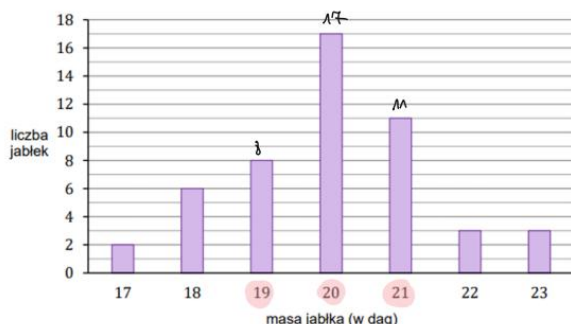
D. 3

$$\frac{3+4}{2} = 3,5$$



Zadanie 29.

W hurtowni owoców wyselekcjonowane jabłko spełnia normę jakości, gdy jego masa (po zaokrągleniu do pełnych dekagramów) mieści się w przedziale [19 dag, 21 dag].
 Pobrano próbę kontrolną liczącą 50 jabłek i następnie zważono każde z nich.
 Na poniższym wykresie słupkowym przedstawiono rozkład masy jabłek w badanej próbie.
 Na osi poziomej podano – wyrażoną w dekagramach – masę jabłka (w zaokrągleniu do pełnych dekagramów), a na osi pionowej przedstawiono liczbę jabłek o określonej masie.

**Zadanie 29.1. (0–1)**

Spośród 50 zważonych jabłek z pobranej próby kontrolnej losujemy jedno jabłko.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że wylosowane jabłko spełnia normę jakości, jest równe

- A. $\frac{3}{7}$ B. $\frac{5}{7}$ C. $\frac{18}{25}$ D. $\frac{9}{10}$

$$8 + 17 + 11 = 36$$

$$P = \frac{36}{50} = \frac{18}{25}$$

Zadanie 29.2. (0–1)

Dokończ zdanie tak, aby było prawdziwe. Wybierz odpowiedź A albo B oraz jej uzasadnienie 1., 2. albo 3.

Dominanta masy 50 zważonych jabłek (w zaokrągleniu do pełnych dekagramów) z pobranej próby kontrolnej jest równa

A.	20 dag,	ponieważ	1.	ta masa jest największa w tej próbie.
			2.	iloczyn tej masy i liczby jabłek o takiej masie jest największy w tej próbie.
B.	23 dag,		3.	ta masa występuje najliczniej w tej próbie.

Zapraszam Cię serdecznie także na Maturalne
 Przebudzenie Mocy 2026 – intensywny grupowy kurs
 powtórkowy do matury z matematyki.

**Z kodem „pewniaki”* otrzymujesz 70%
 zniżki!**

Zapisz się już dzisiaj!



[https://matematyka-
 matura.pl/produkt/przebudzenie-mocy-2026/](https://matematyka-matura.pl/produkt/przebudzenie-mocy-2026/)

*kod jest ważny do końca 2025 roku



MATEMATYKA MATURA
 KLAUDIA GACKOWSKA

<https://matematyka-matura.pl/>