

Cześć!

Cieszę się, że mnie wybrałeś!

Poniżej znajdziesz rozwiązania zadań, które publikowałam na TikToku, Instagramie, YouTube oraz Facebooku :)

Zachęcam Cię, żebyś zajrzał do sklepu na mojej stronie internetowej. Znajdziesz tam kursy do matury z matematyki! To jak? Słyszemy się potem?



Informator o egzaminie maturalnym z matematyki na poziomie podstawowym od roku szkolnego 2022/2023

**Zadanie 18. (0–1)**

Funkcja kwadratowa  $f$  jest określona wzorem  $f(x) = 3x^2 + bx - 5$  dla każdej liczby rzeczywistej  $x$ . Współczynnik  $b$  jest liczbą rzeczywistą mniejszą od zera.

Dokończ zdanie. Zaznacz odpowiedź A, B albo C oraz jej uzasadnienie 1., 2. albo 3.

Funkcja  $f$

<input checked="" type="radio"/> A.	ma dwa rzeczywiste miejsca zerowe,	ponieważ	<input checked="" type="radio"/> 1.	$b^2 + 60 > 0$ .
<input type="radio"/> B.	ma jedno rzeczywiste miejsce zerowe,		<input type="radio"/> 2.	$b^2 + 60 = 0$ .
<input type="radio"/> C.	nie ma rzeczywistych miejsc zerowych,		<input type="radio"/> 3.	$b^2 + 60 < 0$ .

$$a = 3$$

$$b = ?$$

$$c = -5$$

$$\Delta = b^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-5)$$

$$60$$

$$\Delta > 0$$

$$\Delta = b^2 + 60$$

$$\text{np. } b = -1 \rightarrow b^2 = (-1)^2 = 1$$

$$b = -3 \rightarrow b^2 \rightarrow (-3)^2 = 9$$

**Zadanie 1. (0–1)**

**Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Wartość wyrażenia  $2021 : \left(1 - \frac{1}{2022}\right) - \left(1 - \frac{2022}{2021}\right) : \frac{1}{2021}$  jest równa

A. 0

B. 1

C. 2021

**D. 2023**

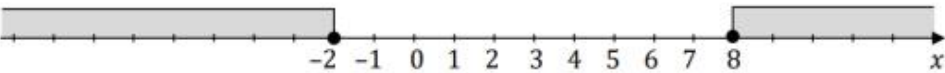
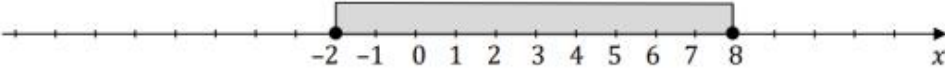
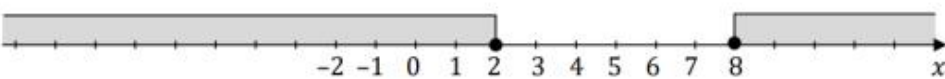
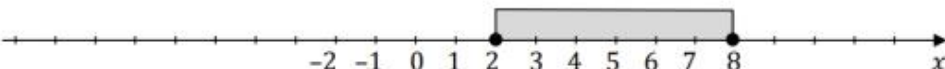
$$\begin{aligned} & 2021 : \left(1 - \frac{1}{2022}\right) - \left(1 - \frac{2022}{2021}\right) : \frac{1}{2021} = \\ & = 2021 : \left(\frac{2022}{2022} - \frac{1}{2022}\right) - \left(\frac{2021}{2021} - \frac{2022}{2021}\right) : \frac{1}{2021} = \\ & = 2021 : \frac{2021}{2022} - \left(\frac{-1}{2021}\right) : \frac{1}{2021} = \\ & = \frac{\cancel{2021}^1}{1} \cdot \frac{2022}{\cancel{2021}_1} - \left(\frac{-1}{\cancel{2021}_1}\right) \cdot \frac{\cancel{2021}^1}{1} = \\ & = 2022 - (-1) = 2022 + 1 = \underline{\underline{2023}} \end{aligned}$$

**Zadanie 2. (0-1)**

Dana jest nierówność:

$$|x - 3| \geq 5$$

Na którym rysunku prawidłowo zaznaczono na osi liczbowej zbiór wszystkich liczb spełniających powyższą nierówność? Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

- A. 
- B. 
- C. 
- D. 

$$\begin{aligned} |x - 3| &\geq 5 \\ \swarrow & \searrow \\ x - 3 &\geq 5 & x - 3 &\leq -5 \\ x &\geq 5 + 3 & x &\leq -5 + 3 \\ x &\geq 8 & x &\leq -2 \end{aligned}$$



Zadanie 7. (0-2)

Rozwiąż równanie:

$$\frac{(4x+1)(x-5)}{(2x-10)(x+3)} = 0$$

$x \in \mathbb{R}$ .

$\nearrow$   
 $\neq 0$

$$(2x-10)(x+3) \neq 0$$

$$\swarrow$$
$$2x-10 \neq 0$$

$$2x \neq 10$$

$$x \neq 5$$

$$\searrow$$
$$x+3 \neq 0$$
$$x \neq -3$$

$$D = \mathbb{R} \setminus \{-3, 5\}$$

$$\frac{(4x+1)(x-5)}{(2x-10)(x+3)} = 0 \quad | \cdot (2x-10)(x+3)$$

$$(4x+1)(x-5) = 0$$

$$\swarrow$$
$$4x+1=0$$

$$4x = -1 \quad | :4$$

$$x = -\frac{1}{4} \in D$$

$$\searrow$$
$$x-5=0$$

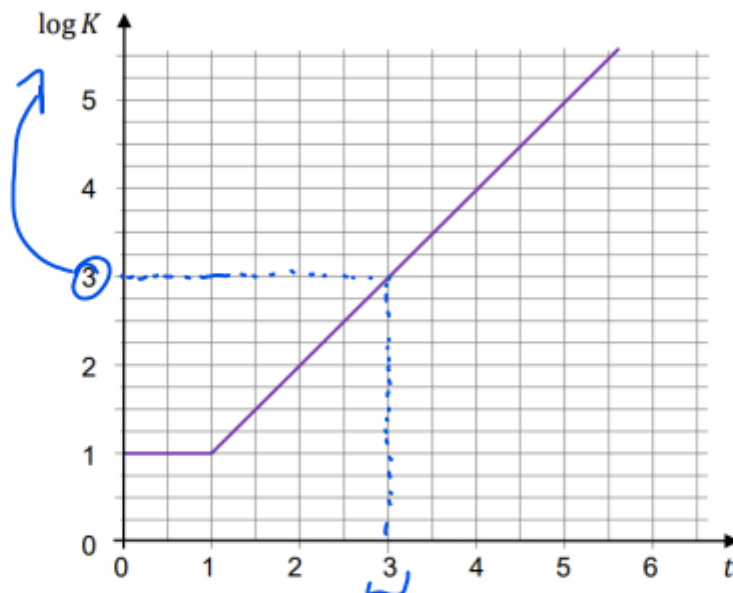
$$x = 5 \notin D$$

$$\text{Odp } x = \underline{\underline{-\frac{1}{4}}}$$



Zadanie 9. (0–1)

Na wykresie przedstawiono zależność  $\log K(t)$ , gdzie  $K(t)$  jest liczbą bakterii w próbce po czasie  $t$  wyrażonym w godzinach, jaki upłynął od chwili  $t = 0$  rozpoczęcia obserwacji.



Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Gdy upłynęły dokładnie trzy godziny od chwili  $t = 0$ , liczba  $K$  bakterii była równa

A. 3

B. 100

C. 1000

D. 10000

$$\log k = 3$$

$$\log_{10} k = 3$$

$$10^3 = k$$

$$1000 = k$$

**Zadanie 10. (0–1)**

**Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Liczba  $\log_2 [(\sqrt{2})^2 \cdot (\sqrt{2})^4 \cdot (\sqrt{2})^8]$  jest równa

A.  $\sqrt{2}$

B. 7

C. 14

D.  $2^7$

$$\begin{aligned} \log_2 [(\sqrt{2})^2 \cdot (\sqrt{2})^4 \cdot (\sqrt{2})^8] &= \\ &= \log_2 [(\sqrt{2})^{2+4+8}] = \log_2 (\sqrt{2})^{14} = \\ &= \log_2 \left( \left( 2^{\frac{1}{2}} \right)^{14} \right) = \log_2 2^7 = 7 \end{aligned}$$

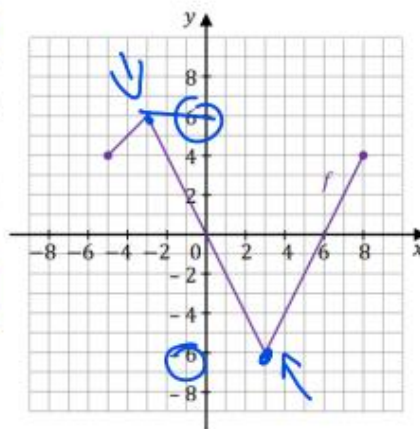
$$2^x = 2^7$$

$$x = 7$$

**Zadanie 19.**

Dana jest funkcja  $y = f(x)$ , której wykres przedstawiono w kartezjańskim układzie współrzędnych  $(x, y)$  na rysunku obok.

Ta funkcja jest określona dla każdej liczby rzeczywistej  $x \in [-5, 8]$ .



**Zadanie 19.1. (0-1)**

Zapisz w miejscu wy kropkowanym poniżej zbiór rozwiązań nierówności:

$$f(x) > 2 \quad y > 2$$

$$x \in \langle -5, -1 \rangle \cup (7, 8)$$

**Zadanie 19.2. (0-1)**

Zapisz w miejscu wy kropkowanym poniżej maksymalny przedział lub maksymalne przedziały, w których funkcja  $f$  jest malejąca.

$$x \in \langle -3, 3 \rangle$$

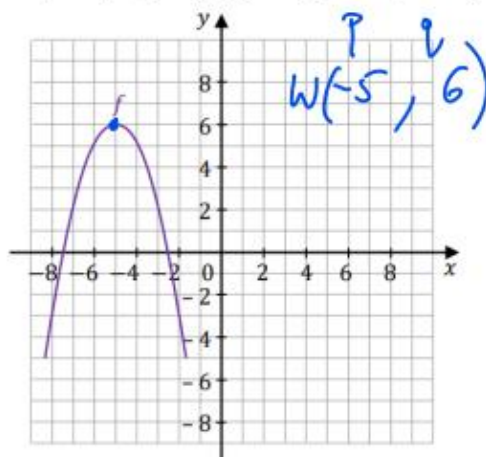
**Zadanie 19.3. (0-1)**

Uzupełnij zdanie. Wpisz odpowiednie liczby w wy kropkowanych miejscach, aby zdanie było prawdziwe.

Największa wartość funkcji  $f$  jest równa liczbie .... 6 ....., a najmniejsza wartość funkcji  $f$  jest równa liczbie .... -6 .....

**Zadanie 21.1. (0–1)**

Dana jest funkcja kwadratowa  $y = f(x)$ , której fragment wykresu przedstawiono w kartezjańskim układzie współrzędnych  $(x, y)$  na rysunku poniżej.



$a < 0$   
 $a = -1$

**Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych, jeżeli wiadomo, że jeden ze wzorów podanych w odpowiedziach A–D to wzór funkcji  $f$ .**

Funkcja kwadratowa  $y = f(x)$  jest określona wzorem

- A.  $y = -(x + 5)^2 - 6$
- B.  $y = -(x + 5)^2 + 6$  ←
- C.  $y = -(x - 5)^2 - 6$
- D.  $y = -(x - 5)^2 + 6$

$f(x) = -1(x - (-5))^2 + 6$   
 $-1(x + 5)^2 + 6$



**Zadanie 23. (0-2)**

Dany jest ciąg  $(a_n)$  określony wzorem rekurencyjnym:

$$\begin{cases} a_1 = -2 \\ a_{n+1} = n \cdot a_n + 4 \end{cases} \quad \text{dla każdej liczby naturalnej } n \geq 1.$$

Oblicz sumę czterech początkowych wyrazów ciągu  $(a_n)$ .

$$a_1 = \underline{\underline{-2}}$$

$$\begin{aligned} n+1 &= 2 \\ n &= 1 \end{aligned}$$

$$a_2 = 1 \cdot a_1 + 4$$

$$a_2 = 1 \cdot (-2) + 4 = -2 + 4 = \underline{\underline{2}}$$

$$a_3 = 2 \cdot a_2 + 4$$

$$\begin{aligned} n+1 &= 3 \\ n &= 2 \\ a_3 &= 2 \cdot 2 + 4 = 4 + 4 = \underline{\underline{8}} \end{aligned}$$

$$a_4 = 3 \cdot a_3 + 4$$

$$\begin{aligned} n+1 &= 4 \\ n &= 3 \\ a_4 &= 3 \cdot 8 + 4 = 24 + 4 = \underline{\underline{28}} \end{aligned}$$

$$S_4 = a_1 + a_2 + a_3 + a_4$$

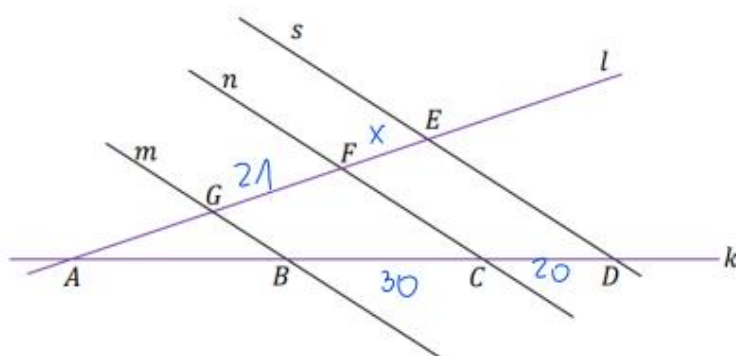
$$S_4 = \cancel{2} + \cancel{2} + 8 + 28 = \underline{\underline{36}}$$

$$S_4 = 36$$

**Zadanie 39. (0–1)**

Proste  $k$  i  $l$  przecinają się w punkcie  $A$ . Proste  $m$ ,  $n$  i  $s$  są do siebie równoległe i przecinają obie proste  $k$  i  $l$  w punktach  $B$ ,  $C$ ,  $D$ ,  $E$ ,  $F$ ,  $G$  (zobacz rysunek poniżej), w taki sposób, że:

$$|BC| = 30, \quad |CD| = 20, \quad |GF| = 21.$$



Oblicz długość odcinka FE.

$$\frac{|FE|}{|GF|} = \frac{|CD|}{|BC|}$$

$$\frac{x}{21} = \frac{20}{30}$$

$$30 \cdot x = 20 \cdot 21$$

$$30x = 420$$

$$3x = 42 \quad | : 3$$

$$x = 14$$

odp.  $|FE| = 14$

**Zadanie 40.**

Na płaszczyźnie, w kartezjańskim układzie współrzędnych  $(x, y)$ , dany jest okrąg  $\mathcal{O}$  określony równaniem:

$$(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 16$$

$S(2, -3)$

$$x - 2 = 0 \quad y + 3 = 0$$
$$x = 2 \quad y = -3$$

**Zadanie 40.1. (0-1)**

Dokończ zdania. Zaznacz odpowiedź spośród A-D oraz odpowiedź spośród E-G.

1. Środek  $S$  okręgu  $\mathcal{O}$  ma współrzędne

- A.  $S = (2, -3)$
- B.  $S = (-2, -3)$
- C.  $S = (-2, 3)$
- D.  $S = (-2, 3)$

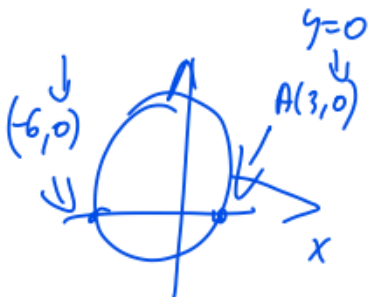
$$r^2 = 16 \quad \sqrt{\quad}$$
$$r = \sqrt{16}$$
$$r = 4$$

2. Promień  $r$  okręgu  $\mathcal{O}$  jest równy

- E.  $r = 16$
- F.  $r = 4$
- G.  $r = 5$

**Zadanie 40.2. (0-2)**

Oblicz współrzędne  $x$  punktów przecięcia okręgu  $\mathcal{O}$  z osią  $Ox$ .



dla  $Ox \quad y = 0$

$$(x - 2)^2 + (0 + 3)^2 = 16$$
$$(x - 2)^2 + 9 = 16$$
$$x^2 - 2 \cdot x \cdot 2 + 2^2 + 9 - 16 = 0$$
$$x^2 - 4x + 4 + 9 - 16 = 0$$
$$x^2 - 4x - 3 = 0 \quad a = 1 \quad c = -3$$
$$b = -4$$
$$\Delta = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3) = 16 + 12$$

**Zadanie 42. (0-1)**

Na płaszczyźnie, w kartezjańskim układzie współrzędnych  $(x, y)$ , dane są punkty  $A = (1, 2)$  oraz  $B = (3, 7)$ . Punkty  $A_0$  oraz  $B_0$  są odpowiednio obrazami punktów  $A$  i  $B$  w symetrii środkowej o środku w punkcie  $O = (0, 0)$ .

**Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Współczynnik kierunkowy prostej przechodzącej przez punkty  $A_0$  i  $B_0$  jest równy

A.  $\frac{5}{2}$

B.  $-\frac{5}{2}$

C.  $\frac{2}{5}$

D.  $-\frac{2}{5}$

$$\begin{array}{l} A = (1, 2) \rightarrow \quad A_0 = \overset{x}{(-1)} \overset{y}{(-2)} \\ B = (3, 7) \rightarrow \quad B_0 = (-3, -7) \end{array}$$

$$a = \frac{-7 - (-2)}{-3 - (-1)} = \frac{-7 + 2}{-3 + 1} = \frac{-5}{-2} = \frac{5}{2}$$

**Zadanie 1. (0-1)**

Na osi liczbowej zaznaczono sumę przedziałów.



**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

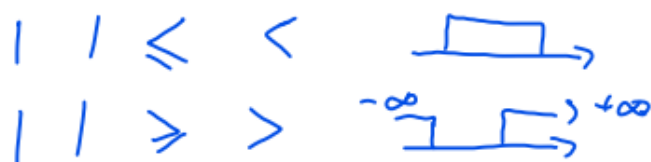
Zbiór zaznaczony na osi jest zbiorem wszystkich rozwiązań nierówności

A.  $|x - 3,5| \geq 1,5$

**B.**  $|x - 1,5| \geq 3,5$

C.  $|x - 3,5| \leq 1,5$


D.  $|x - 1,5| \leq 3,5$



A.  $|x - 3,5| \geq 1,5$   
 $x - 3,5 \geq 1,5$        $x - 3,5 \leq -1,5$   
 $x \geq 1,5 + 3,5$        $x \leq -1,5 + 3,5$   
 $x \geq 5$        $x \leq 2$

B.  $|x - 1,5| \geq 3,5$   
 $x - 1,5 \geq 3,5$        $x - 1,5 \leq -3,5$   
 $x \geq 3,5 + 1,5$        $x \leq -3,5 + 1,5$   
 $x \geq 5$        $x \leq -2$

Egzamin maturalny CKE - 8 maja 2023 r.

**Zadanie 2. (0-1)** 

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Liczba  $\sqrt[3]{-\frac{27}{16}} \cdot \sqrt[3]{2}$  jest równa

**A.**  $(-\frac{3}{2})$


**B.**  $\frac{3}{2}$

**C.**  $\frac{2}{3}$

**D.**  $(-\frac{2}{3})$

$$\sqrt[3]{-\frac{27}{16}} \cdot \sqrt[3]{\frac{2}{1}} = \sqrt[3]{\frac{-27 \cdot \cancel{2^1}}{\cancel{16} \cdot 1}} = \sqrt[3]{\frac{-27}{8}} = \frac{\sqrt[3]{-27}}{\sqrt[3]{8}} =$$

$$= \frac{-3}{2}$$

**Zadanie 4. (0-1)** 

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Liczba  $\log_9 27 + \log_9 3$  jest równa

A. 81

B. 9

C. 4

D. 2

$$\log_9 27 + \log_9 3 = \log_9 (27 \cdot 3) = \log_9 81$$

$$\log_9 81 = x$$

$$9^x = 81$$

$$9^x = 9^2$$

$$x = 2$$



**Zadanie 6. (0-1)**

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Zbiorem wszystkich rozwiązań nierówności

$$-2(x+3) \leq \frac{2-x}{3} \quad < \quad [$$

jest przedział

A.  $(-\infty, -4]$

B.  $(-\infty, 4]$

**C.**  $[-4, \infty)$

D.  $[4, \infty)$

$$-2(x+3) \leq \frac{2-x}{3} \quad | \cdot 3$$

$$3 \cdot (-2) \cdot (x+3) \leq 2-x$$

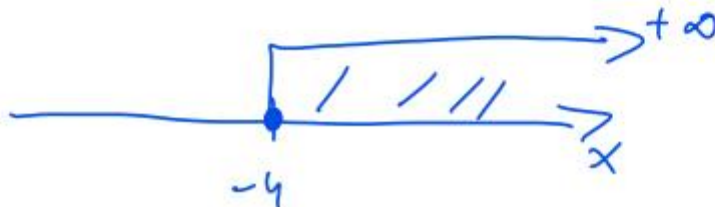
$$-6 \cdot (x+3) \leq 2-x$$

$$-6x - 18 \leq 2-x$$

$$-6x + x \leq 2 + 18$$

$$-5x \leq 20 \quad | : (-5) \quad !$$


$$x \geq -4$$



$$x \in [-4, +\infty)$$



Egzamin maturalny CKE - 8 maja 2023 r.

**Zadanie 7. (0-1)** 

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Jednym z rozwiązań równania  $\sqrt{3}(x^2 - 2)(x + 3) = 0$  jest liczba

A. 3

B. 2

C.  $\sqrt{3}$

**D.**  $\sqrt{2}$

$$\sqrt{3}(x^2 - 2)(x + 3) = 0$$


$$\swarrow$$
$$x^2 - 2 = 0$$

$$\downarrow$$
$$x + 3 = 0$$

$$x^2 = 2 \quad \sqrt{\quad}$$

$$x = \underline{\underline{-3}}$$

$$x = \underline{\underline{\sqrt{2}}} \vee x = \underline{\underline{-\sqrt{2}}}$$

**Zadanie 8. (0-1)** 

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Równanie  $\frac{(x+1)(x-1)^2}{(x-1)(x+1)^2} = 0$  w zbiorze liczb rzeczywistych

- A. nie ma rozwiązania.
- B. ma dokładnie jedno rozwiązanie:  $-1$ .
- C. ma dokładnie jedno rozwiązanie:  $1$ .
- D. ma dokładnie dwa rozwiązania:  $-1$  oraz  $1$ .

zw.  $(x-1)(x+1)^2 \neq 0$

$$\begin{array}{l} \downarrow \qquad \qquad \downarrow \\ x-1 \neq 0 \\ x \neq 1 \end{array}$$

$$D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$$

$$(x+1)(x-1)^2 = 0$$

$$\downarrow \\ x+1 = 0$$

$$x = -1 \in D$$

$$\downarrow$$

$$x-1 = 0$$

$$x = 1 \notin D$$



**Zadanie 9. (0-3)**

Rozwiąż równanie

$$3x^3 - 2x^2 - 12x + 8 = 0$$

Zapisz obliczenia.

$$\underline{3x^3 - 2x^2 - 12x + 8 = 0}$$

$$x^2(3x-2) - 4(3x-2) = 0$$

$$(3x-2)(x^2-4) = 0$$

✓

↘

$$3x-2=0$$

$$x^2-4=0$$


$$3x=2 \quad |:3$$

$$x^2=4 \quad |\sqrt{\quad}$$

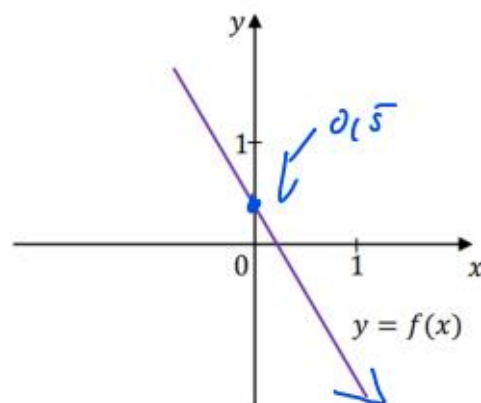
$$x = \frac{2}{3}$$

$$x=2 \quad \vee \quad x=-2$$

$$\text{Odp. } x \in \underline{\underline{\left\{-2, \frac{2}{3}, 2\right\}}}}$$

**Zadanie 13. (0–1)** 

Funkcja liniowa  $f$  jest określona wzorem  $f(x) = ax + b$ , gdzie  $a$  i  $b$  są pewnymi liczbami rzeczywistymi. Na rysunku obok przedstawiono fragment wykresu funkcji  $f$  w kartezjańskim układzie współrzędnych  $(x, y)$ .



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba  $a$  oraz liczba  $b$  we wzorze funkcji  $f$  spełniają warunki:

- A.  $a > 0$  i  $b > 0$ .                      B.  $a > 0$  i  $b < 0$ .  
C.  $a < 0$  i  $b > 0$ .                      D.  $a < 0$  i  $b < 0$ .

$a < 0$   
 $b > 0$

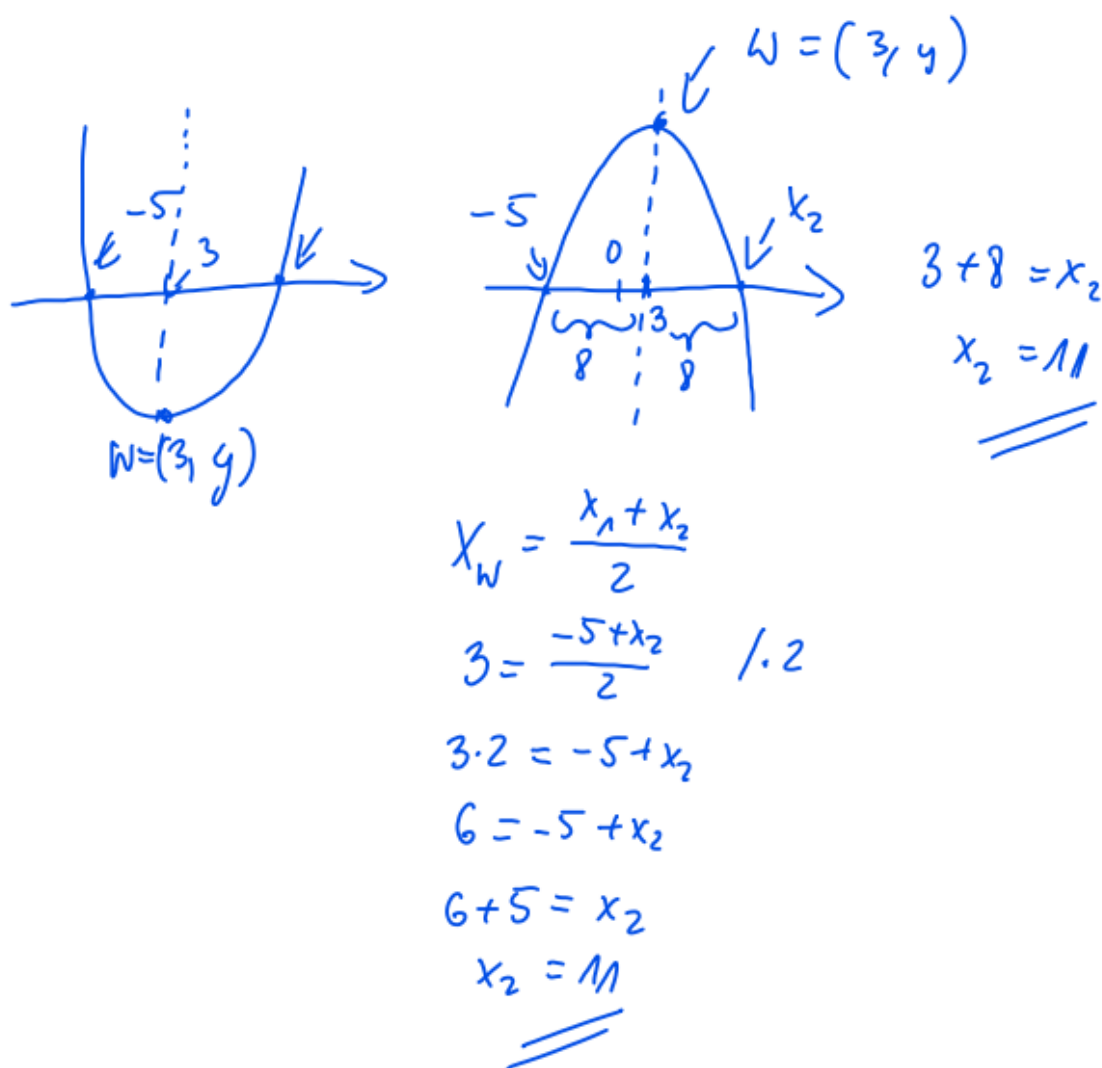
**Zadanie 14. (0-1)**

Jednym z miejsc zerowych funkcji kwadratowej  $f$  jest liczba  $(-5)$ . Pierwsza współrzędna wierzchołka paraboli, będącej wykresem funkcji  $f$ , jest równa 3.


Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Drugim miejscem zerowym funkcji  $f$  jest liczba

- A.** 11                      **B.** 1                      **C.**  $(-1)$                       **D.**  $(-13)$



Egzamin maturalny CKE - 8 maja 2023 r.

**Zadanie 15. (0-1)** 

Ciąg  $(a_n)$  jest określony wzorem  $a_n = 2^n \cdot (n + 1)$  dla każdej liczby naturalnej  $n \geq 1$ .

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wyraz  $a_4$  jest równy

A. 64


B. 40

C. 48

D. 80

$$a_4 = 2^4 \cdot (4+1) = 16 \cdot 5 = \underline{\underline{80}}$$

Egzamin maturalny CKE - 8 maja 2023 r.

**Zadanie 16. (0-1)** 

Trzywyrazowy ciąg  $(27, 9, a - 1)$  jest geometryczny.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba  $a$  jest równa


A. 3

B. 0

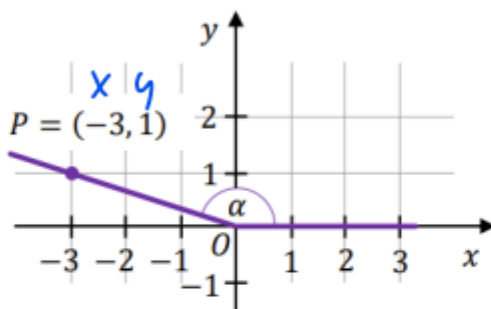
C. 4

D. 2

$$\begin{aligned} 9^2 &= 27 \cdot (a-1) & 27a &= 108 \quad | :27 \\ 81 &= 27a - 27 & a &= 4 \\ 81 + 27 &= 27a & & \\ 108 &= 27a & & \end{aligned}$$

**Zadanie 18. (0–1)** 

W kartezjańskim układzie współrzędnych  $(x, y)$  zaznaczono kąt  $\alpha$  o wierzchołku w punkcie  $O = (0, 0)$ . Jedno z ramion tego kąta pokrywa się z dodatnią półosią  $Ox$ , a drugie przechodzi przez punkt  $P = (-3, 1)$  (zobacz rysunek).



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Tangens kąta  $\alpha$  jest równy  $\text{tg } \alpha$

A.  $\frac{1}{\sqrt{10}}$

B.  $\left(-\frac{3}{\sqrt{10}}\right)$

C.  $\left(-\frac{3}{1}\right)$

D.  $\left(-\frac{1}{3}\right)$

$$\text{tg } \alpha = \frac{y}{x} = \frac{1}{-3} = -\frac{1}{3}$$

Egzamin maturalny CKE - 8 maja 2023 r.

**Zadanie 19. (0-1)**

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Dla każdego kąta ostrego  $\alpha$  wyrażenie  $\sin^4 \alpha + \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha$  jest równe

- A.  $\sin^2 \alpha$     B.  $\sin^6 \alpha \cdot \cos^2 \alpha$   
C.  $\sin^4 \alpha + 1$     D.  $\sin^2 \alpha \cdot (\sin \alpha + \cos \alpha) \cdot (\sin \alpha - \cos \alpha)$

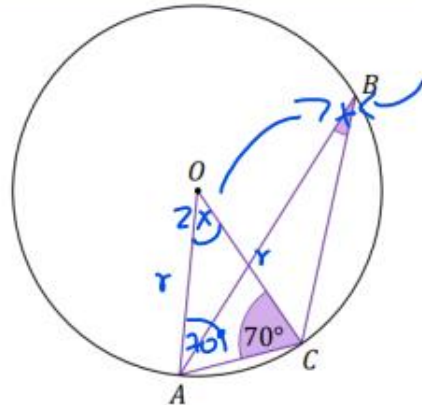
$$\underbrace{\sin^4 \alpha + \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha}_{\substack{= \\ = \sin^2 \alpha (\underbrace{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}_1)} = \sin^2 \alpha \cdot 1 = \underline{\underline{\sin^2 \alpha}}$$

Egzamin maturalny CKE - 8 maja 2023 r.

**Zadanie 21. (0-1)**

Punkty  $A, B, C$  leżą na okręgu o środku w punkcie  $O$ .  
Kąt  $ACO$  ma miarę  $70^\circ$  (zobacz rysunek).

$$\begin{aligned} 2x &\Rightarrow 110^\circ = 70^\circ - 70^\circ \\ 2x &\Rightarrow 40^\circ \\ 2x = 40^\circ \quad x &= 20^\circ \end{aligned}$$




Dokończ zdanie.  
Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Miara kąta ostrego  $ABC$  jest równa

- A.  $10^\circ$      B.  $20^\circ$     C.  $35^\circ$     D.  $40^\circ$



Egzamin maturalny CKE - 8 maja 2023 r.

**Zadanie 28. (0-1)** 

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Wszystkich liczb naturalnych pięciocyfrowych, w których zapisie dziesiętnym występują tylko cyfry 0, 5, 7 (np. 57 075, 55 555), jest


A.  $5^3$

B.  $2 \cdot 4^3$

C.  $2 \cdot 3^4$

D.  $3^5$

$$\frac{2}{\cancel{403}} \cdot \underline{3} \cdot \underline{3} \cdot \underline{3} \cdot \underline{3} = \underline{\underline{2 \cdot 3^4}}$$

**Zadanie 1. (0-1)** 

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Liczba  $\left(3^{-2,4} \cdot 3^{\frac{2}{5}}\right)^{\frac{1}{2}}$  jest równa


A.  $\sqrt{3}$

B.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$

**C.**  $\frac{1}{3}$

D. 0,3

$$\begin{aligned} \left(3^{-2,4} \cdot 3^{\frac{2}{5}}\right)^{\frac{1}{2}} &= \left(\underline{\underline{3^{-2,4} \cdot 3^{0,4}}}\right)^{\frac{1}{2}} = \\ &= \left(3^{-2}\right)^{\frac{1}{2}} = 3^{\frac{-2}{1} \cdot \frac{1}{2}} = 3^{-1} = \frac{1}{3} \end{aligned}$$

**Zadanie 2. (0-1)** 

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba  $\log_2 96 - \log_2 3$  jest równa

A.  $\log_2 93$

B.  $\log_2 30$

C. 4

D. 5

$$\log_2 96 - \log_2 3 = \log_2 \left( \frac{96}{3} \right) = \log_2 32$$

$$\log_2 32 = x$$

$$\begin{aligned} 2^1 &= 2 \\ 2^2 &= 4 \\ 2^3 &= 8 \\ 2^4 &= 16 \\ 2^5 &= 32 \end{aligned}$$

$$2^x = 32$$

$$2^x = 2^5$$

$$\underline{\underline{x = 5}}$$



**Zadanie 9. (0-3)****Rozwiąż równanie**

$$2x^3 + 3x^2 = 10x + 15$$

**Zapisz obliczenia.**

$$2x^3 + 3x^2 = 10x + 15$$

$$\underbrace{2x^3 + 3x^2} - \underbrace{10x - 15} = 0$$

$$x^2 \underbrace{(2x+3)} - 5 \underbrace{(2x+3)} = 0$$

$$(2x+3)(x^2-5) = 0$$

$$\swarrow$$

$$2x+3=0$$

$$2x = -3 \quad |:2$$

$$x = \underline{\underline{-1,5}}$$

$$\searrow$$

$$x^2 - 5 = 0$$

$$x^2 = 5 \quad \sqrt{\quad}$$

$$\underline{\underline{x = \sqrt{5}}} \vee \underline{\underline{x = -\sqrt{5}}}$$

$$\text{Odp. } x \in \underline{\underline{\{-\sqrt{5}; -1,5; \sqrt{5}\}}}$$

**Zadanie 10. (0-1)**

Funkcja liniowa  $f$  jest określona wzorem  $f(x) = -\frac{1}{6}x + \frac{2}{3}$ .

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Miejscem zerowym funkcji $f$ jest liczba 4.	<input checked="" type="radio"/> P	<input type="radio"/> F
Punkt przecięcia wykresu funkcji $f$ z osią $Oy$ ma współrzędne $(0, -\frac{1}{6})$ .	<input type="radio"/> P	<input checked="" type="radio"/> F

$$x = 4 \quad y = 0 \quad f(x) = y$$

$$0 = -\frac{1}{6} \cdot 4 + \frac{2}{3}$$

$$0 = -\frac{4}{6} + \frac{2}{3}$$

$$0 = 0$$

$$L = P$$

$$Oy$$

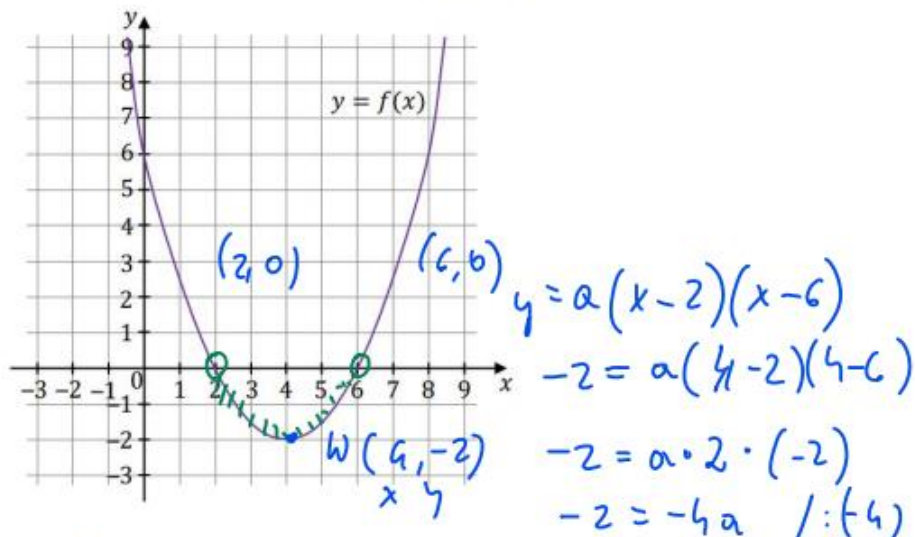
$$(0, b) \quad b = \frac{2}{3}$$

$$(0, \frac{2}{3})$$



**Zadanie 11.**

W kartezjańskim układzie współrzędnych  $(x, y)$  przedstawiono fragment wykresu funkcji kwadratowej  $f$  (zobacz rysunek). Wierzchołek paraboli, która jest wykresem funkcji  $f$ , oraz punkty przecięcia paraboli z osiami układu współrzędnych mają współrzędne całkowite.



**Zadanie 11.1. (0-1)**

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Zbiorem wartości funkcji  $f$  jest przedział

- A.  $(-\infty, -2]$       B.  $(-\infty, 4]$       **C.  $[-2, +\infty)$**       D.  $[4, +\infty)$

$$a = \frac{-2}{-4}$$

$$a = \frac{1}{2}$$

**Zadanie 11.2. (0-1)**

Zapisz poniżej w postaci przedziału zbiór wszystkich argumentów, dla których funkcja  $f$  przyjmuje wartości ujemne.

$$x \in (2, 6)$$

**Zadanie 11.3. (0-2)**

Uzupełnij zdanie. Wybierz dwie właściwe odpowiedzi spośród oznaczonych literami A-F i wpisz te litery w kropkowanych miejscach.

Wzór funkcji  $f$  można przedstawić w postaci: ..... oraz .....

- A.**  $f(x) = \frac{1}{2}(x-2)(x-6)$       **B.**  $f(x) = \frac{1}{2}(x-4)^2 - 2$   
 C.  $f(x) = 2(x-2)(x-6)$       D.  $f(x) = \frac{1}{2}(x+4)^2 - 2$   
 E.  $f(x) = 2(x+2)(x+6)$       **F.**  $f(x) = 2(x+4)^2 - 2$

$$\frac{1}{2}(x-4)^2 - 2$$

**Zadanie 13. (0-1)**

Ciąg arytmetyczny  $(a_n)$  jest określony dla każdej liczby naturalnej  $n \geq 1$ . W tym ciągu  $a_2 = 4$  oraz  $a_3 = 9$ .

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Szósty wyraz ciągu  $(a_n)$  jest równy

**A.** 24

**B.** 29

**C.** 36


**D.** 69

$$\begin{array}{cccccc} a_2 = 4 & a_3 = 9 & a_4 = 14 & a_5 = 19 & a_6 = 24 \\ \quad \quad \quad \curvearrowright & \quad \quad \quad \curvearrowright & \quad \quad \quad \curvearrowright & \quad \quad \quad \curvearrowright & \\ \quad \quad \quad +5 & \quad \quad \quad +5 & \quad \quad \quad +5 & \quad \quad \quad +5 & \end{array}$$

$$a_2 = 4 \quad a_3 = 9 \quad r = 5 \quad a_1 = -1$$

$$a_6 = a_1 + 5r$$

$$a_6 = -1 + 5 \cdot 5 = -1 + 25 = \underline{\underline{24}}$$

**Zadanie 19. (0-1)** 

W kartezjańskim układzie współrzędnych  $(x, y)$  dane są proste  $k$  oraz  $l$  o równaniach

$$k: y = -\frac{1}{2}x - 7$$

$$l: y = (2m - 1)x + 13$$

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Proste  $k$  oraz  $l$  są równoległe, gdy

A.  $m = \left(-\frac{1}{2}\right)$

B.  $m = \frac{1}{4}$

C.  $m = \frac{3}{2}$

D.  $m = 2$

$$a_1 = -\frac{1}{2} \quad a_2 = 2m - 1 \quad a_1 = a_2$$

$$-\frac{1}{2} = 2m - 1 \quad | \cdot 2$$

$$-1 = 4m - 2$$

$$-4m = -2 + 1$$

$$-4m = -1 \quad | : (-4)$$

$$m = \frac{1}{4}$$



**Zadanie 20. (0-1)** ■ ■ ■ ■

W kartezjańskim układzie współrzędnych  $(x, y)$  dany jest okrąg  $O$  o środku w punkcie  $S = (4, -2)$ . Okrąg  $O$  jest styczny do osi  $Ox$  układu współrzędnych.

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Okrąg  $O$  jest określony równaniem

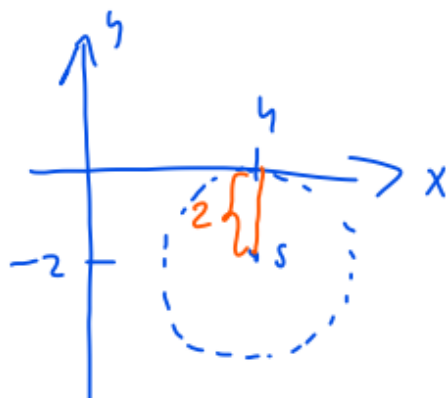
A.  $(x - 4)^2 + (y + 2)^2 = 4$

B.  $(x - 4)^2 + (y + 2)^2 = 2$

C.  $(x + 4)^2 + (y - 2)^2 = 4$


D.  $(x + 4)^2 + (y - 2)^2 = 2$

$$(x - 4)^2 + (y + 2)^2 = r^2 = 4$$



$$r = 2 \quad r^2 = 2^2 = 4$$

Egzamin maturalny CKE - 2 czerwca 2023 r.

**Zadanie 7. (0-1)** 

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Dla każdej liczby rzeczywistej  $x$  różnej od 0 i 2 wyrażenie  $\frac{x^2+x}{(x-2)^2} \cdot \frac{x-2}{x}$  jest równe

A.  $\frac{x^2+1}{x-2}$

B.  $\frac{x+1}{2}$


C.  $\frac{x^2}{(x-2)^2}$

D.  $\frac{x+1}{x-2}$

$$\frac{x^2+x}{(x-2)^2} \cdot \frac{x-2}{x} = \frac{\overset{\uparrow}{x}(x+1)}{\underset{\uparrow}{(x-2)}\underset{\uparrow}{(x-2)}} \cdot \frac{\overset{\uparrow}{x-2}}{\underset{\uparrow}{x}}$$

$$\frac{x+1}{x-2}$$



**Zadanie 10. (0-1)** 

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Równanie  $\frac{(x^2-3x)(x+2)}{x^2-4} = 0$  w zbiorze liczb rzeczywistych ma dokładnie

A. jedno rozwiązanie.

B. dwa rozwiązania.

C. trzy rozwiązania.

D. cztery rozwiązania.

zer.

$$x^2 - 4 \neq 0$$

$$x^2 \neq 4$$

$$x \neq -2 \vee x \neq 2$$

$$(x^2 - 3x)(x + 2) = 0$$

$$\downarrow$$
$$x^2 - 3x = 0$$

$$\downarrow$$
$$x + 2 = 0$$

$$x(x - 3) = 0$$

$$x = -2 \quad x$$

$$\downarrow \quad \downarrow$$


$$x = 0$$

$$x - 3 = 0$$

✓

$$x = 3 \quad \checkmark$$



**Zadanie 12. (0-1)** 

W kartezjańskim układzie współrzędnych  $(x, y)$  prosta o równaniu  $y = ax + b$  przechodzi przez punkty  $A = (-3, -1)$  oraz  $B = (4, 3)$ .

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Współczynnik  $a$  w równaniu tej prostej jest równy

A.  $(-4)$

B.  $(-\frac{1}{2})$


C.  $2$

D.  $\frac{4}{7}$

$$\begin{array}{c} x \quad y \\ A = (-3, -1) \\ B = (4, 3) \end{array}$$

$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

$$a = \frac{3 - (-1)}{4 - (-3)} = \frac{4}{7}$$

**Zadanie 16. (0–1)** 

Ciąg  $(a_n)$  jest określony wzorem  $a_n = \frac{n-2}{3}$  dla każdej liczby naturalnej  $n \geq 1$ .

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Liczba wyrazów tego ciągu mniejszych od 10 jest równa

A. 28

B. 31

C. 32

D. 27

$$a_n < 10$$


$$\frac{n-2}{3} < 10 \quad | \cdot 3$$

$$n-2 < 10 \cdot 3$$

$$n-2 < 30$$

$$n < 30 + 2$$

$$n < 32$$

**Zadanie 17. (0-1)** 

Trzywyrazowy ciąg  $(1, 4, a + 5)$  jest arytmetyczny.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba  $a$  jest równa

A. 0

B. 7

**C. 2**


D. 11

$$\begin{aligned} a_1 &= 1 \\ a_2 &= 4 \\ a_3 &= 7 \\ a + 5 &= 7 \\ a &= 7 - 5 \\ a &= 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_2 &= \frac{a_1 + a_3}{2} \\ 4 &= \frac{1 + a + 5}{2} \\ 4 &= \frac{6 + a}{2} \quad / \cdot 2 \\ 8 &= 6 + a \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 6 + a &= 8 \\ a &= 8 - 6 \\ a &= 2 \end{aligned}$$

Egzamin maturalny CKE - 2 czerwca 2023 r.


**Zadanie 19. (0–1)** 

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Dla każdego kąta ostrego  $\alpha$  wyrażenie  $\cos \alpha - \cos \alpha \cdot \sin^2 \alpha$  jest równe

- A.  $\cos^3 \alpha$       B.  $\sin^2 \alpha$       C.  $1 - \sin^2 \alpha$       D.  $\cos \alpha$

$$\begin{aligned} \cos \alpha - \cos \alpha \cdot \sin^2 \alpha &= \cos \alpha (1 - \sin^2 \alpha) = \\ &= \cos \alpha (\cancel{\sin^2 \alpha} + \cos^2 \alpha - \cancel{\sin^2 \alpha}) = \cos^1 \alpha \cdot \cos^2 \alpha = \\ &= \underline{\underline{\cos^3 \alpha}} \end{aligned}$$

**Zadanie 1. (0-1)** 

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Wartość wyrażenia  $(1 + 3 \cdot 2^{-1})^{-2}$  jest równa

A.  $\frac{25}{4}$

**B.**  $\frac{4}{25}$

C.  $\frac{36}{49}$

D.  $\frac{40}{9}$

$$\begin{aligned} (1 + 3 \cdot \underline{2^{-1}})^{-2} &= (1 + 3 \cdot \underline{\frac{1}{2}})^{-2} = \\ &= (1 + \frac{3}{2})^{-2} = (\frac{2}{2} + \frac{3}{2})^{-2} = \\ &= (\frac{5}{2})^{-2} = (\frac{2}{5})^2 = \frac{2^2}{5^2} = \frac{4}{25} \end{aligned}$$





**Zadanie 13.**

Funkcja kwadratowa  $f$  jest określona wzorem  $f(x) = -(x-1)^2 + 2$ .

**Zadanie 13.1. (0-1)**

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wykresem funkcji  $f$  jest parabola, której wierzchołek ma współrzędne

- A. (1, 2)      B. (-1, 2)      C. (1, -2)      D. (-1, -2)

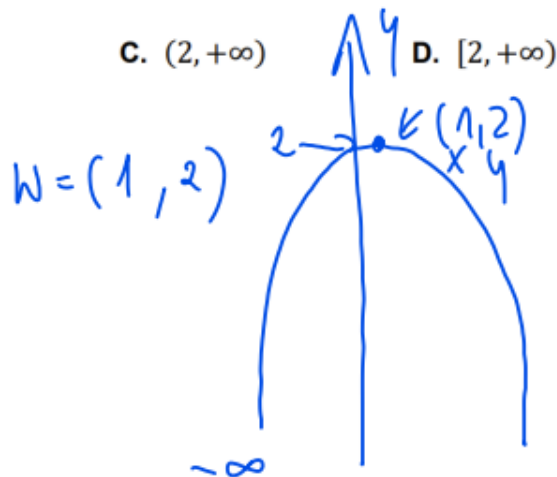
**Zadanie 13.2. (0-1)**


Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Zbiorem wartości funkcji  $f$  jest przedział

- A.  $(-\infty, 2]$       B.  $(-\infty, 2)$       C.  $(2, +\infty)$       D.  $[2, +\infty)$

$$-1(x-1)^2 + 2$$
$$a(x-p)^2 + q$$
$$(-\infty, 2]$$



**Zadanie 15. (0-1)** 

Na płaszczyźnie, w kartezjańskim układzie współrzędnych  $(x, y)$ , dana jest prosta  $k$  o równaniu  $y = 3x + b$ , przechodząca przez punkt  $A = (-1, 3)$ .

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Współczynnik  $b$  w równaniu tej prostej jest równy

- A. 0                      **B. 6**                      C. (-10)                      D. 8

$$y = 3x + b \qquad A = \begin{matrix} x & y \\ (-1, & 3) \end{matrix}$$

$$3 = 3 \cdot (-1) + b$$


$$\leftarrow 3 = -3 + b$$

$$3 + 3 = b$$

$$6 = b$$

$$b = 6$$

22 sierpnia 2023 r.

**Zadanie 7. (0-1)** 

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Dla każdej liczby rzeczywistej  $x$  różnej od 0 wartość wyrażenia  $\frac{1}{2x} - x$  jest równa wartości wyrażenia

A.  $\frac{1}{x}$


B.  $\frac{1-x}{2x}$

C.  $\frac{1-2x^2}{2x}$

D.  $-\frac{1}{2x}$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2x} - x &= \frac{1}{2x} - \frac{x}{1} = \frac{1-2x \cdot x}{2x} = \\ &= \frac{1-2x^2}{2x} \end{aligned}$$

22 sierpnia 2023 r.

**Zadanie 12. (0-1)** 

Funkcja  $f$  jest określona dla każdej liczby rzeczywistej  $x$  wzorem  $f(x) = \frac{x-k}{x^2+1}$ , gdzie  $k$  jest pewną liczbą rzeczywistą. Ta funkcja spełnia warunek  $f(1) = 2$ .

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Wartość współczynnika  $k$  we wzorze tej funkcji jest równa

A. (-3)

B. 3

C. (-4)

D. 4

$$f(1) = 2 \Rightarrow A = (1, 2) \quad f(x) = y$$

$$f(x) = \frac{x-k}{x^2+1}$$

$$2 = \frac{1-k}{1^2+1}$$


$$2 = \frac{1-k}{2} \quad | \cdot 2$$

$$4 = 1-k$$

$$k = 1-4$$

$$k = -3$$

22 sierpnia 2023 r.

**Zadanie 16. (0-1)** 

Ciąg  $(a_n)$  jest określony wzorem  $a_n = (-1)^n \cdot \frac{n+1}{2}$  dla każdej liczby naturalnej  $n \geq 1$ .

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Trzeci wyraz tego ciągu jest równy

A. 2

B. (-2)

C. 3

D. (-1)

$$a_n = (-1)^n \cdot \frac{n+1}{2}$$

$$a_3 = (-1)^3 \cdot \frac{3+1}{2} = -1 \cdot \frac{4}{2} = -1 \cdot 2 = \underline{\underline{-2}}$$



22 sierpnia 2023 r.

**Zadanie 19. (0-1)**

Kąt  $\alpha$  jest ostry i  $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{6}}{7}$ .

$$\alpha \in (0^\circ, 90^\circ)$$

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Sinus kąta  $\alpha$  jest równy

A.  $\frac{24}{49}$

B.  $\frac{5}{7}$

C.  $\frac{25}{49}$

D.  $\frac{\sqrt{6}}{7}$

$$\begin{aligned}\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\ \sin^2 \alpha + \left(\frac{2\sqrt{6}}{7}\right)^2 &= 1 \\ \sin^2 \alpha + \left(\frac{4 \cdot 6}{49}\right) &= 1 \\ \sin^2 \alpha + \frac{24}{49} &= 1 \\ \sin^2 \alpha &= 1 - \frac{24}{49} \\ \sin^2 \alpha &= \frac{49}{49} - \frac{24}{49} \\ \sin^2 \alpha &= \frac{25}{49}\end{aligned}$$

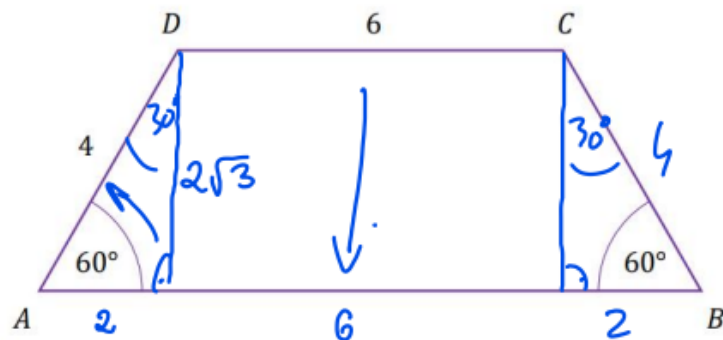
$$\begin{aligned}\sin^2 \alpha &= \frac{25}{49} \\ \sin \alpha &= \sqrt{\frac{25}{49}} \in D \\ \text{Lub} \\ \sin \alpha &= -\sqrt{\frac{25}{49}} \notin D\end{aligned}$$

$$\sqrt{\frac{25}{49}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{49}} = \frac{5}{7}$$

22 sierpnia 2023 r.

**Zadanie 24. (0–2)**

Dany jest trapez równoramienny  $ABCD$ , w którym podstawa  $CD$  ma długość 6, ramię  $AD$  ma długość 4, a kąty  $BAD$  oraz  $ABC$  mają miarę  $60^\circ$  (zobacz rysunek).



Oblicz pole tego trapezu. Zapisz obliczenia.

$$a = 10 \quad b = 6 \quad h = 2\sqrt{3}$$

$$\begin{aligned} P &= \frac{10+6}{2} \cdot 2\sqrt{3} = \frac{16}{2} \cdot 2\sqrt{3} = \\ &= 8 \cdot 2\sqrt{3} = \underline{\underline{16\sqrt{3}}} \end{aligned}$$

22 sierpnia 2023 r.

**Zadanie 25. (0-1)**

W kartezjańskim układzie współrzędnych  $(x, y)$  dane są prosta  $k$  o równaniu

$$y = \frac{3}{4}x - \frac{7}{4} \text{ oraz punkt } P = (12, -1).$$

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Prosta przechodząca przez punkt  $P$  i równoległa do prostej  $k$  ma równanie

A.  $y = -\frac{3}{4}x + 8$

B.  $y = \frac{3}{4}x - 10$

C.  $y = \frac{4}{3}x - 17$

D.  $y = -\frac{4}{3}x + 15$

$$a_1 = \frac{3}{4}$$

$$a_1 = a_2 \quad a_2 = \frac{3}{4}$$

$$-1 = \frac{3}{4} \cdot \frac{12}{1} - 10$$

$$-1 = 9 - 10$$

$$-1 = -1 \quad L = P$$

22 sierpnia 2023 r.

**Zadanie 30. (0-1)**

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wszystkich liczb naturalnych czterocyfrowych, w których zapisie dziesiętnym cyfry się nie powtarzają, jest

A.  $9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$


B.  $9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9$

C.  $10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7$

D.  $9 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7$

$$\frac{9}{9} \cdot \frac{9}{9} \cdot \frac{8}{8} \cdot \frac{7}{7}$$



**Zadanie 3. (0-1)** 

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wszystkich liczb naturalnych trzycyfrowych, w których zapisie dziesiętnym nie występuje  
cyfra 2, jest

A. 900


B. 729

**C. 648**

D. 512

$$\frac{8}{\cancel{2}9} \cdot \frac{9}{\cancel{2}9} \cdot \frac{9}{\cancel{2}9} = \underline{\underline{648}}$$

*(Note: The handwritten solution shows the digit 2 crossed out in the denominators of the fractions, and the final result 648 is double-underlined.)*

**Zadanie 6. (0-1)** 

Dany jest wielomian

$$W(x) = 3x^3 + kx^2 - 12x - 7k + 12$$

gdzie  $k$  jest pewną liczbą rzeczywistą. Wiadomo, że liczba  $(-2)$  jest pierwiastkiem tego wielomianu.

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Liczba  $k$  jest równa


A. 2

B. 4

C. 6

D. 8

$$\begin{aligned}x &= -2 & y &= 0 & W(x) &= y \\0 &= 3 \cdot \underline{(-2)^3} + k \cdot \underline{(-2)^2} - \underline{12 \cdot (-2)} - 7k + 12 \\0 &= 3 \cdot (-8) + k \cdot 4 + 24 - 7k + 12 \\0 &= \cancel{-24} + \underbrace{4k} + \cancel{24} - \underbrace{7k} + 12 \\0 &= -3k + 12 \\3k &= 12 & /:3 \\k &= \underline{\underline{4}}\end{aligned}$$

**Zadanie 15. (0-1)** 

Dany jest ciąg  $(a_n)$  określony wzorem  $a_n = -3n + 5$  dla każdej liczby naturalnej  $n \geq 1$ .

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Liczby 2, (-1), (-4) są trzema kolejnymi początkowymi wyrazami ciągu $(a_n)$ .	<input checked="" type="radio"/> P	<input type="radio"/> F
$(a_n)$ jest ciągiem arytmetycznym o różnicy równej 5.	<input type="radio"/> P	<input checked="" type="radio"/> F

$$a_1 \quad | \quad a_2 \quad | \quad a_3 \qquad a_n = -3n + 5$$

$$\begin{aligned} a_1 &= -3 \cdot 1 + 5 = -3 + 5 = 2 \\ a_2 &= -3 \cdot 2 + 5 = -6 + 5 = -1 \\ a_3 &= -3 \cdot 3 + 5 = -9 + 5 = -4 \end{aligned}$$

} -3  
} -3

**Zadanie 17. (0–1)**

Na płaszczyźnie, w kartezjańskim układzie współrzędnych  $(x, y)$ , dany jest okrąg o środku  $S = (2, -5)$  i promieniu  $r = 3$ .

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Równanie tego okręgu ma postać

- A.  $(x - 2)^2 + (y + 5)^2 = 9$                       B.  $(x + 2)^2 + (y - 5)^2 = 3$   
 C.  $(x - 2)^2 + (y + 5)^2 = 3$                       D.  $(x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 9$

$$(x-2)^2 + (y+5)^2 = 9$$

**Zadanie 19. (0–2)**

Na płaszczyźnie, w kartezjańskim układzie współrzędnych  $(x, y)$ , dana jest prosta  $k$  o równaniu  $y = -3x + 1$ .

Dokończ zdania. Wybierz odpowiedź spośród A–D oraz odpowiedź spośród E–H.

19.1. Jedną z prostych równoległych do prostej  $k$  jest prosta o równaniu  $a_2 = -3$

- A.  $y = 3x + 2$                        B.  $y = -3x + 2$                       C.  $y = \frac{1}{3}x + 1$                       D.  $y = -\frac{1}{3}x + 1$


19.2. Jedną z prostych prostopadłych do prostej  $k$  jest prosta o równaniu

- E.  $y = \frac{1}{3}x + 2$                       F.  $y = -\frac{1}{3}x + 2$                       G.  $y = 3x + 1$                       H.  $y = -3x + 1$

$$a_1 = -3 \qquad a_2 = ?$$

$$-3 \cdot a_2 = -1 \quad /: (-3)$$

$$a_2 = \frac{-1}{-3} = \frac{1}{3} \qquad a_2 = \frac{1}{3}$$

**Zadanie 2. (0–1)** 

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Półwą liczby  $8^{22}$  jest:


A.  $2^{33}$

B.  $2^{44}$

C.  $2^{22}$

D.  $2^{65}$

$$\frac{8^{22}}{2} = \frac{(2^3)^{22}}{2^1} = \frac{2^{66}}{2^1} = \underline{\underline{2^{65}}}$$

**Zadanie 7. (0-1)** 

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Iloczynem wszystkich rozwiązań równania  $-3(x^2 - 5)(x + 2) = 0$  jest liczba:

A. -10

B.  $-2\sqrt{5}$

**C. 10**

D. 30

$$-3(x^2 - 5)(x + 2) = 0$$



$$x^2 - 5 = 0$$

$$x + 2 = 0$$

$$x^2 = 5 \quad \sqrt{\phantom{x}}$$

$$x = \underline{\underline{-2}}$$

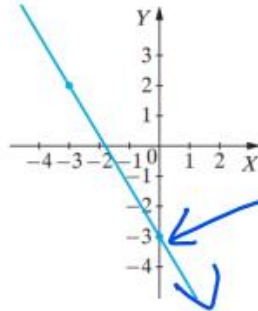
$$x = \underline{\underline{\sqrt{5}}} \quad ; \quad x = \underline{\underline{-\sqrt{5}}}$$

$$\sqrt{5} \cdot (-\sqrt{5}) \cdot (-2) = -5 \cdot (-2) = \underline{\underline{10}}$$

**Zadanie 12. (0-1)**

A B

Na rysunku jest przedstawiony fragment prostej przechodzącej przez punkty:  $(-3, 2)$ ,  $(0, -3)$ .



$b = -3$   
 $a < 0$

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Prosta jest opisana równaniem:

~~A.  $y = \frac{3}{5}x - 3$~~

B.  $y = -\frac{3}{5}x - 3$

C.  $y = -\frac{5}{3}x - 3$

~~D.  $y = \frac{5}{3}x + 3$~~

$$a = \frac{-3 - 2}{0 + 3} = \frac{-5}{3} = -\frac{5}{3}$$

**Zadanie 13. (0-1)**

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Funkcja liniowa  $f(x) = 3x - mx + 15$  jest rosnąca dla:

A.  $m < 0$

**B.  $m < 3$**

C.  $m > 3$

D.  $m < 15$

$a > 0$   
 $y = 2x$

$a < 0$   
 $y = -3x$

$a = 0$   
 $y = 5$

$$f(x) = 3x - mx + 15 = x(3 - m) + 15$$

$$a > 0$$


$$3 - m > 0$$

$$-m > -3 \quad | \cdot (-1)$$

$$m < 3$$





**Zadanie 1. (0–1)** 

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**


Wartość wyrażenia  $6^{100} + 6^{100} + 6^{100} + 6^{100} + 6^{100} + 6^{100}$  jest równa

A.  $6^{600}$

B.  $6^{101}$

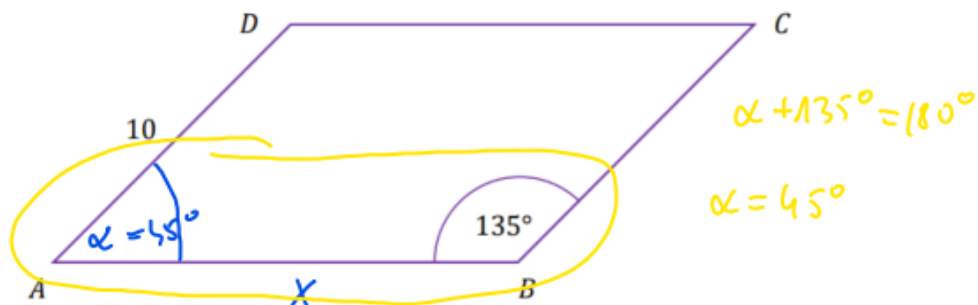
C.  $36^{100}$

D.  $36^{600}$

$$6^1 \cdot 6^{100} = 6^{101}$$


**Zadanie 25. (0–1)**

Pole równoległoboku  $ABCD$  jest równe  $40\sqrt{6}$ . Bok  $AD$  tego równoległoboku ma długość 10, a kąt  $ABC$  równoległoboku ma miarę  $135^\circ$  (zobacz rysunek).



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Długość boku  $AB$  jest równa

A.  $8\sqrt{3}$

B.  $8\sqrt{2}$

C.  $16\sqrt{2}$

D.  $16\sqrt{3}$

$$x \cdot 10 \cdot \sin 45^\circ = 40\sqrt{6}$$

$$5x \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 40\sqrt{6}$$

$$5x \cdot \sqrt{2} = 40\sqrt{6} \quad /: 5\sqrt{2}$$

$$x = \frac{40\sqrt{6}}{5\sqrt{2}} = \underline{\underline{8\sqrt{3}}}$$

**Zadanie 14.**

Dany jest ciąg  $(a_n)$  określony wzorem  $a_n = \frac{7^n}{21}$  dla każdej liczby naturalnej  $n \geq 1$ .

**Zadanie 14.1. (0-1)**

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Pięćdziesiątym wyrazem ciągu  $(a_n)$  jest

A.  $\frac{7^{49}}{3}$

B.  $\frac{7^{50}}{3}$

C.  $\frac{7^{51}}{3}$

D.  $\frac{7^{52}}{3}$

$$a_{50} = \frac{7^{50}}{21} = \frac{7^{50}}{7 \cdot 3} = \frac{7^{49}}{3}$$

**Zadanie 14.2. (0-1)**

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Ciąg $(a_n)$ jest geometryczny.	<input checked="" type="radio"/> P	<input type="radio"/> F
Suma trzech początkowych wyrazów ciągu $(a_n)$ jest równa 20.	<input type="radio"/> P	<input checked="" type="radio"/> F

$$\begin{array}{l} a_1 = \frac{7}{21} \\ a_2 = \frac{49}{21} \\ a_3 = \frac{343}{21} \end{array} \left. \begin{array}{l} \cdot 7 \\ \cdot 7 \\ \cdot 7 \end{array} \right\}$$

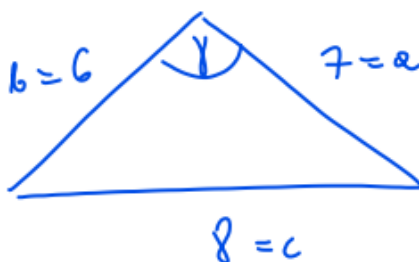
$$\begin{aligned} \frac{7}{21} + \frac{49}{21} + \frac{343}{21} &= \\ &= \frac{399}{21} = 19 \end{aligned}$$

**Zadanie 21. (0-2)**

Dany jest trójkąt  $ABC$  o bokach długości 6, 7 oraz 8.

Oblicz cosinus największego kąta tego trójkąta.

Zapisz obliczenia.



$$8^2 = 7^2 + 6^2 - 2 \cdot 7 \cdot 6 \cdot \cos \gamma$$

$$64 = 49 + 36 - 84 \cos \gamma$$

$$64 = 85 - 84 \cos \gamma$$

$$64 - 85 = -84 \cos \gamma$$

$$-21 = -84 \cos \gamma$$

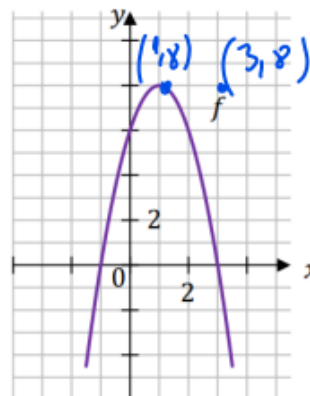
$$\underline{-84 \cos \gamma} = -21 \quad /: (-84)$$

$$\cos \gamma = \frac{+21}{784}$$

$$\underline{\underline{\cos \gamma = \frac{1}{4}}}$$

**Zadanie 10.**

Dana jest funkcja kwadratowa  $f$ , której fragment wykresu przedstawiono w kartezjańskim układzie współrzędnych  $(x, y)$  na rysunku obok. Wierzchołek paraboli, która jest wykresem funkcji  $f$ , oraz punkty przecięcia paraboli z osiami układu współrzędnych mają współrzędne całkowite.

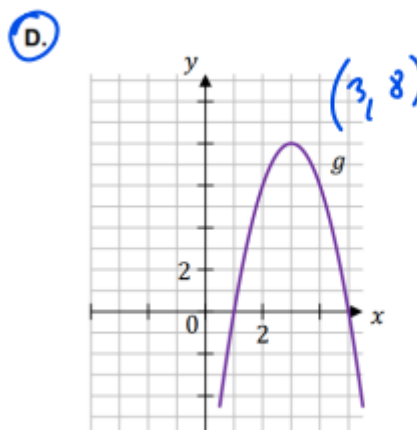
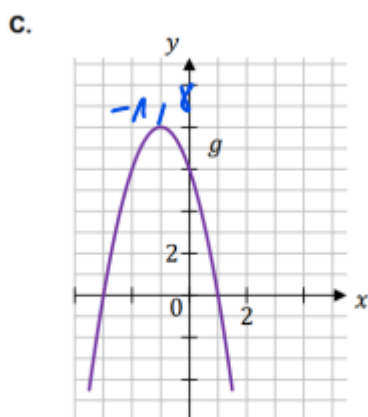
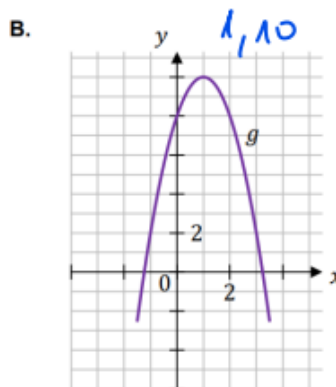
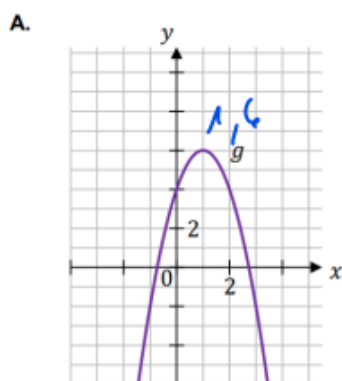


**Zadanie 10.1. (0-1)**

Funkcja  $g$  jest określona za pomocą funkcji  $f$  następująco:  $g(x) = f(x - 2)$ .

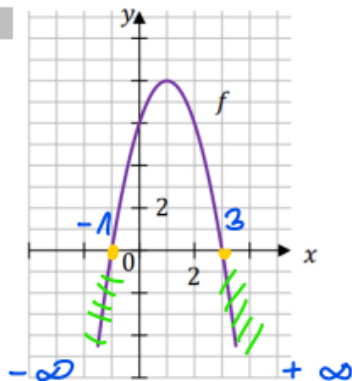
Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wykres funkcji  $g$  przedstawiono na rysunku



**Zadanie 10.**

Dana jest funkcja kwadratowa  $f$ , której fragment wykresu przedstawiono w kartezjańskim układzie współrzędnych  $(x, y)$  na rysunku obok. Wierzchołek paraboli, która jest wykresem funkcji  $f$ , oraz punkty przecięcia paraboli z osiami układu współrzędnych mają współrzędne całkowite.



**Zadanie 10.2. (0-1)**

Wyznacz i zapisz w miejscu wykropkowanym poniżej zbiór wszystkich rozwiązań nierówności:

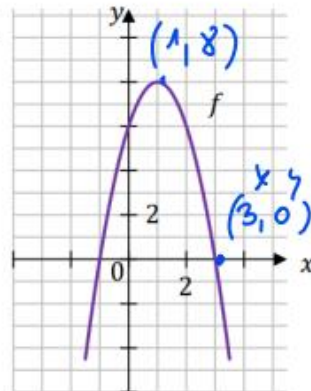
$$f(x) \leq 0$$

.....

$$x \in (-\infty, -1) \cup (3, +\infty)$$

**Zadanie 10.**

Dana jest funkcja kwadratowa  $f$ , której fragment wykresu przedstawiono w kartezjańskim układzie współrzędnych  $(x, y)$  na rysunku obok. Wierzchołek paraboli, która jest wykresem funkcji  $f$ , oraz punkty przecięcia paraboli z osiami układu współrzędnych mają współrzędne całkowite.



**Zadanie 10.3. (0-3)**

Wyznacz wzór funkcji kwadratowej  $f$  w postaci kanonicznej.  
Zapisz obliczenia.

$$\begin{matrix} W(1, 8) \\ \uparrow \downarrow \\ p \quad q \end{matrix}$$

$$f(x) = a(x-1)^2 + 8$$

$$A = \begin{matrix} x & y \\ (3, 0) \end{matrix}$$

$$\text{zei. } a < 0$$

$$0 = a \cdot (3-1)^2 + 8$$

$$0 = a \cdot 2^2 + 8$$

$$a = \underline{\underline{-2}}$$

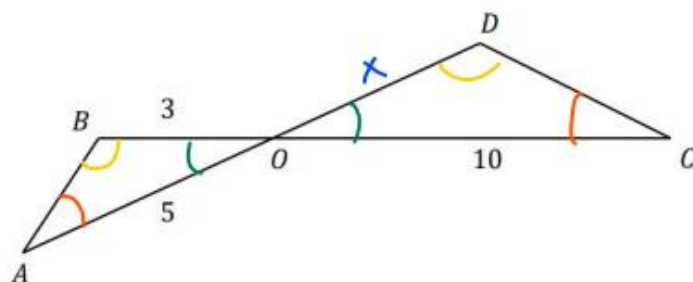
$$0 = 4a + 8$$

$$-4a = 8 \quad | :(-4)$$

$$\text{Odp. } \underline{\underline{f(x) = -2(x-1)^2 + 8}}$$

**Zadanie 18. (0–1)**

Odcinki  $AD$  i  $BC$  przecinają się w punkcie  $O$ . W trójkątach  $ABO$  i  $ODC$  zachodzą związki:  $|AO| = 5$ ,  $|BO| = 3$ ,  $|OC| = 10$ ,  $|\sphericalangle OAB| = |\sphericalangle OCD|$  (zobacz rysunek).



Oblicz długość boku  $OD$  trójkąta  $ODC$ .  
Zapisz obliczenia.

$$\frac{3}{5} \neq \frac{x}{10}$$

$$5x = 3 \cdot 10$$


$$5x = 30 \quad |:5$$

$$x = 6$$

$$\text{Odp. } \underline{\underline{|OD| = 6}}$$



EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI  
POZIOM PODSTAWOWY ARKUSZ POKAZOWY  
TERMIN: 4 marca 2022 r.

**Zadanie 22. (0–1)** 

Kąt  $\alpha$  jest ostry oraz  $4 \operatorname{tg} \alpha = 3 \sin^2 \alpha + 3 \cos^2 \alpha$ .

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Tangens kąta  $\alpha$  jest równy

A.  $\frac{3}{4}$

B.  $\frac{4}{3}$


C.  $\frac{1}{4}$

D. 4

$$4 \operatorname{tg} \alpha = 3 \cdot (\underbrace{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}_1)$$

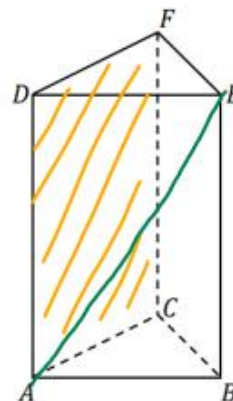
$$4 \operatorname{tg} \alpha = 3 \quad | :4$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{3}{4}$$

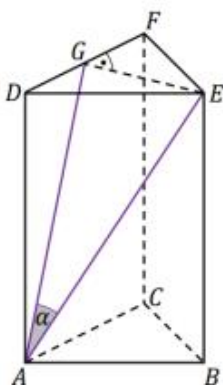
**Zadanie 27. (0–1)** 

Dany jest graniastosłup prawidłowy trójkątny  $ABCDEF$  (zobacz rysunek obok).

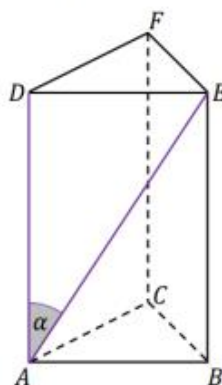
Na którym z rysunków prawidłowo narysowano, oznaczono i podpisano kąt  $\alpha$  między ścianą boczną  $ACFD$  i przekątną  $AE$  ściany bocznej  $ABED$  tego graniastosłupa? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.



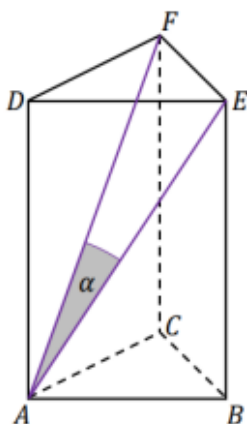
**A.**  $\alpha = \sphericalangle EAG$



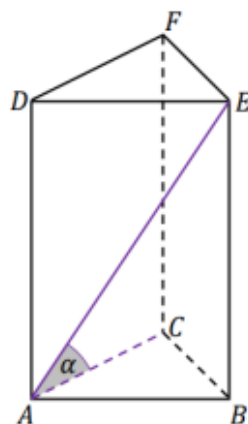
**B.**  $\alpha = \sphericalangle EAD$



**C.**  $\alpha = \sphericalangle EAF$



**D.**  $\alpha = \sphericalangle EAC$



**Zadanie 6. (0-1)**

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Zbiorem wszystkich rozwiązań nierówności

$$-2(x+3) \leq \frac{2-x}{3}$$

jest przedział

A.  $(-\infty, -4]$

B.  $(-\infty, 4]$

C.  $[-4, \infty)$

D.  $[4, \infty)$

$$\underline{-2(x+3)} \leq \frac{2-x}{3} \quad | \cdot 3$$

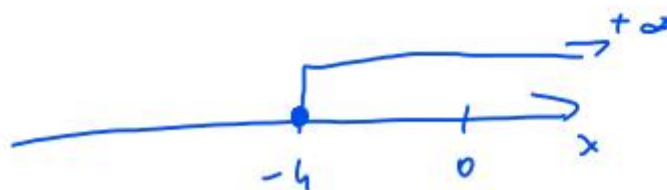
$$-6(x+3) \leq 2-x$$

$$-6x - 18 \leq 2-x$$


$$-6x + x \leq 2 + 18$$

$$-5x \leq 20 \quad | : (-5)$$

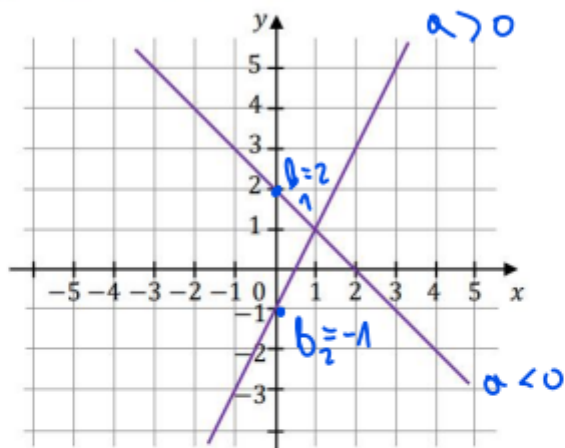
$$x \geq -4$$





$$\forall x \in [-4, +\infty)$$

**Zadanie 10. (0-1)** 

Na rysunku przedstawiono interpretację geometryczną w kartezjańskim układzie współrzędnych  $(x, y)$  jednego z niżej zapisanych układów równań A-D.



$a > 0$    
 $a < 0$  

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Układem równań, którego interpretację geometryczną przedstawiono na rysunku, jest

- A.  $\begin{cases} y = -x + 2 \checkmark \\ y = -2x + 1 \times \end{cases}$
- B.  $\begin{cases} y = x - 2 \\ y = -2x - 1 \end{cases}$
- C.  $\begin{cases} y = x - 2 \\ y = 2x + 1 \end{cases}$
- D.  $\begin{cases} y = -x + 2 \\ y = 2x - 1 \end{cases}$

**Zadanie 11. (0–2)**

Dany jest prostokąt o bokach długości  $a$  i  $b$ , gdzie  $a > b$ . Obwód tego prostokąta jest równy 30. Jeden z boków prostokąta jest o 5 krótszy od drugiego.

Uzupełnij zdanie. Wybierz dwie właściwe odpowiedzi spośród oznaczonych literami A–F i wpisz te litery w wy kropkowanych miejscach.

Zależności między długościami boków tego prostokąta zapisano w układach równań

oznaczonych literami: ..... oraz .....

A.  $\begin{cases} 2ab = 30 \\ a - b = 5 \end{cases}$

B.  $\begin{cases} 2a + b = 30 \\ a = 5b \end{cases}$

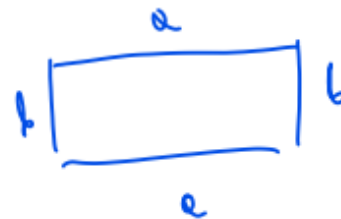
C.  $\begin{cases} 2(a + b) = 30 \\ b = a - 5 \end{cases}$

D.  $\begin{cases} 2a + 2b = 30 \\ b = 5a \end{cases}$

E.  $\begin{cases} 2a + 2b = 30 \\ a - b = 5 \end{cases}$

F.  $\begin{cases} a + b = 30 \\ a = b + 5 \end{cases}$

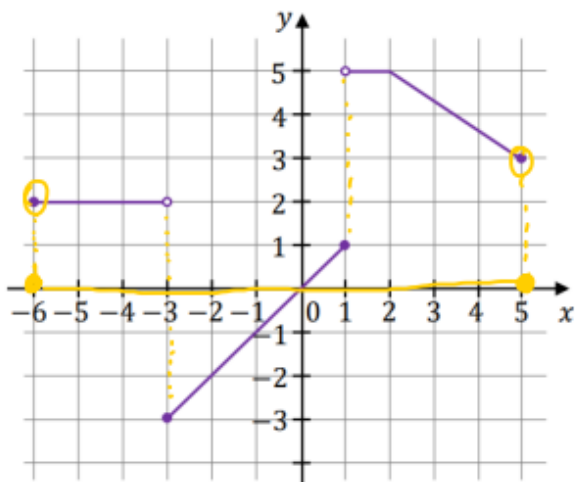
$Obw = 30$   $a - 5 = b$   
 $a - b = 5$



$a + a + b + b = 30$   
 $2a + 2b = 30$   
 $2(a + b) = 30$

**Zadanie 12.**

W kartezjańskim układzie współrzędnych  $(x, y)$  narysowano wykres funkcji  $y = f(x)$  (zobacz rysunek).



**Zadanie 12.1. (0–1)**

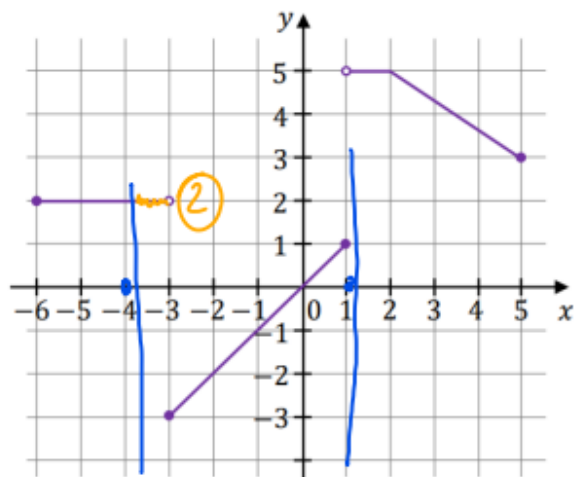
Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Dziedziną funkcji  $f$  jest zbiór

- A.**  $[-6, 5]$       **B.**  $(-6, 5)$       **C.**  $(-3, 5]$       **D.**  $[-3, 5]$

**Zadanie 12.**

W kartezjańskim układzie współrzędnych  $(x, y)$  narysowano wykres funkcji  $y = f(x)$  (zobacz rysunek).



**Zadanie 12.2. (0-1)**

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Największa wartość funkcji  $f$  w przedziale  $[-4, 1]$  jest równa

A. 0

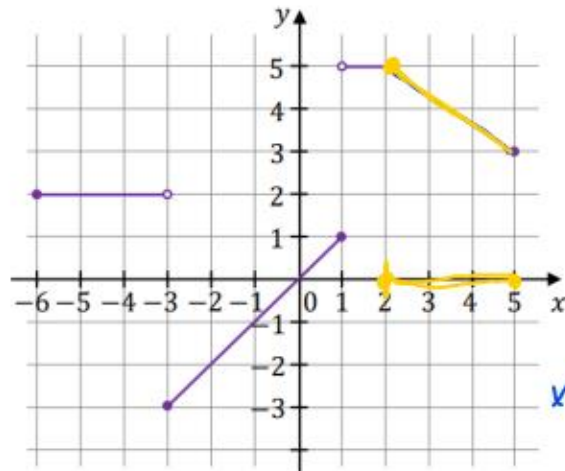
B. 1

**C. 2**

D. 5

**Zadanie 12.**

W kartezjańskim układzie współrzędnych  $(x, y)$  narysowano wykres funkcji  $y = f(x)$  (zobacz rysunek).



**Zadanie 12.3. (0-1)**

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Funkcja  $f$  jest malejąca w zbiorze

A.  $[-6, -3)$

B.  $[-3, 1]$

C.  $(1, 2]$

D.  $[2, 5]$



Egzamin maturalny Formuła 2023 8 maja 2023 r.

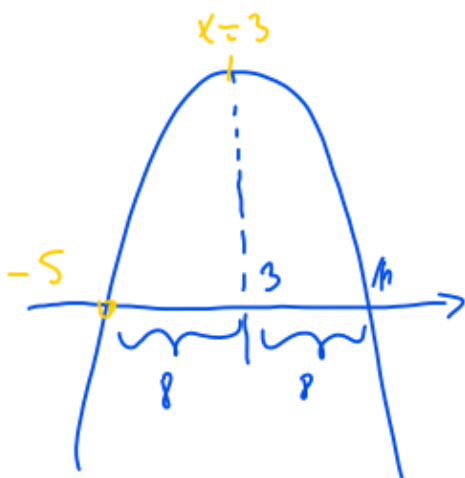
**Zadanie 14. (0-1)**

Jednym z miejsc zerowych funkcji kwadratowej  $f$  jest liczba  $(-5)$ . Pierwsza współrzędna wierzchołka paraboli, będącej wykresem funkcji  $f$ , jest równa  $3$ .

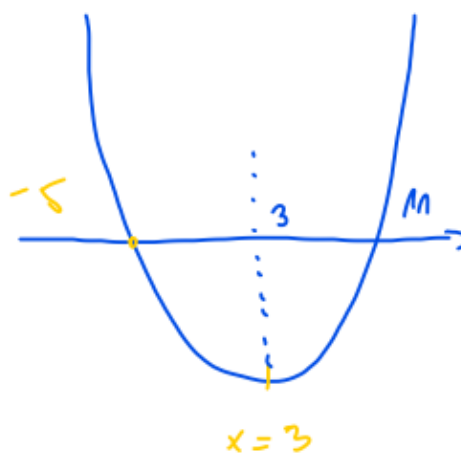
**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Drugim miejscem zerowym funkcji  $f$  jest liczba

- A.** 11                      **B.** 1                      **C.**  $(-1)$                       **D.**  $(-13)$




$$\frac{x_1 + x_2}{2} = x_w$$



$$\frac{-5 + x_2}{2} = 3 \quad | \cdot 2$$

$$-5 + x_2 = 6$$

$$x_2 = 11$$

**Zadanie 24. (0-1)** 

W kartezjańskim układzie współrzędnych  $(x, y)$  dana jest prosta  $k$  o równaniu

$$y = -\frac{1}{3}x + 2$$

$$a_2 = -\frac{1}{3}$$

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Prosta o równaniu  $y = ax + b$  jest równoległa do prostej  $k$  i przechodzi przez punkt  $P = (3, 5)$ , gdy

~~A.  $a = 3$  i  $b = 4$ .~~

B.  $a = -\frac{1}{3}$  i  $b = 4$ .

~~C.  $a = 3$  i  $b = -4$ .~~

D.  $a = -\frac{1}{3}$  i  $b = 6$ .

$$P \begin{pmatrix} x & y \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$$

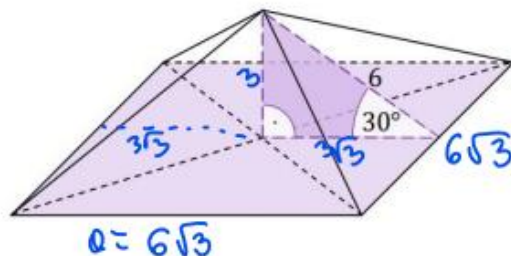
$$\begin{aligned} y &= -\frac{1}{3}x + 4 \\ 5 &= -\frac{1}{3} \cdot 3 + 4 \\ 5 &= -1 + 4 \\ L &\neq P \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y &= -\frac{1}{3}x + 6 \\ 5 &= -\frac{1}{3} \cdot 3 + 6 \\ 5 &= -1 + 6 \\ L &= P \end{aligned}$$

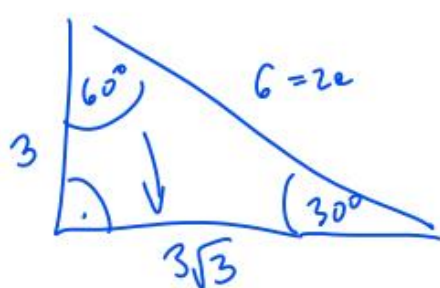


**Zadanie 26. (0–4)**

Dany jest ostrosłup prawidłowy czworokątny. Wysokość ściany bocznej tego ostrosłupa jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem  $30^\circ$  i ma długość równą 6 (zobacz rysunek).



Oblicz objętość i pole powierzchni całkowitej tego ostrosłupa. Zapisz obliczenia.



$$H = 3$$

$$P_p = a^2 = (6\sqrt{3})^2 =$$

$$= 36 \cdot 3 = 108$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot P_p \cdot H$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot 108 \cdot 3 = 36 \cdot 3 = \underline{\underline{108}} [j^3]$$

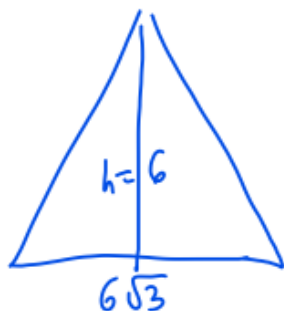
$$P_c = P_p + P_b$$

$$P_p = 108 j^2$$

$$P_b = 4 \cdot P_\Delta$$

$$P_b = 4 \cdot 18\sqrt{3} =$$

$$= 72\sqrt{3}$$



$$P_\Delta = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h$$

$$P_\Delta = \frac{1}{2} \cdot 6\sqrt{3} \cdot 6 = 18\sqrt{3}$$

$$P_c = 108 + 72\sqrt{3} [j^2]$$



**Zadanie 31.**

Właściciel pewnej apteki przeanalizował dane dotyczące liczby obsługiwanych klientów z 30 kolejnych dni. Przyjmijmy, że liczbę  $L$  obsługiwanych klientów  $n$ -tego dnia opisuje funkcja

$$L(n) = -n^2 + 22n + 279$$

gdzie  $n$  jest liczbą naturalną spełniającą warunki  $n \geq 1$  i  $n \leq 30$ .

**Zadanie 31.1. (0-1)**

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Łączna liczba klientów obsługanych w czasie wszystkich analizowanych dni jest równa $L(30)$ .	P	F
W trzecim dniu analizowanego okresu obsłużono 336 klientów.	P	F

$$\begin{aligned} L(3) &= -3^2 + 22 \cdot 3 + 279 = \\ &= -9 + 66 + 279 = 336 \end{aligned}$$

**Zadanie 31.**

Właściciel pewnej apteki przeanalizował dane dotyczące liczby obsługiwanych klientów z 30 kolejnych dni. Przyjmijmy, że liczbę  $L$  obsługiwanych klientów  $n$ -tego dnia opisuje funkcja

$$L(n) = -n^2 + 22n + 279$$

gdzie  $n$  jest liczbą naturalną spełniającą warunki  $n \geq 1$  i  $n \leq 30$ .

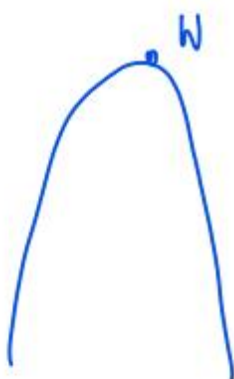
$$a = -1$$

$$b = 22$$

$$c = 279$$

**Zadanie 31.2. (0-2)**

Którego dnia analizowanego okresu w aptece obsłużono największą liczbę klientów?  
Oblicz liczbę klientów obsłużonych tego dnia. Zapisz obliczenia.



$$p = \text{dzień}$$

$$q = \text{liczba klientów}$$

$$p = \frac{-22}{2 \cdot (-1)} = \frac{-22}{-2} = 11$$

$$L(11) = -11^2 + 22 \cdot 11 + 279 =$$

$$= -121 + 242 + 279 = \underline{\underline{400}}$$

Zadanie 6. (0-1)




Dany jest układ równań 
$$\begin{cases} x - 3y + 5 = 0 \\ 2x + y + 3 = 0 \end{cases}$$

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Rozwiązaniem tego układu równań jest para liczb

- A.  $x = 1$  i  $y = 2$                        B.  $x = 0$  i  $y = -3$   
 C.  $x = -2$  i  $y = 1$                        D.  $x = -1$  i  $y = -1$

$$\begin{cases} x - 3y = -5 & | \cdot (-2) \\ 2x + y = -3 \end{cases}$$
$$\begin{array}{r} -2x + 6y = 10 \\ + \quad 2x + y = -3 \\ \hline 7y = 7 \quad | :7 \\ y = 1 \end{array}$$
$$\begin{aligned} x &= -5 + 3y \\ x &= -5 + 3 \cdot 1 \\ x &= -5 + 3 \\ x &= -2 \end{aligned}$$

**Zadanie 19. (0-1)** 

W kartezjańskim układzie współrzędnych  $(x, y)$  dane są proste  $k$  oraz  $l$  o równaniach

$$k: y = -\frac{1}{2}x - 7$$

$$l: y = (2m - 1)x + 13$$

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Proste  $k$  oraz  $l$  są równoległe, gdy

A.  $m = \left(-\frac{1}{2}\right)$

B.  $m = \frac{1}{4}$

C.  $m = \frac{3}{2}$

D.  $m = 2$

$$a_1 = -\frac{1}{2} \quad a_2 = 2m - 1 \quad a_1 = a_2$$

$$-\frac{1}{2} = 2m - 1 \quad | \cdot 2$$

$$-1 = 4m - 2$$

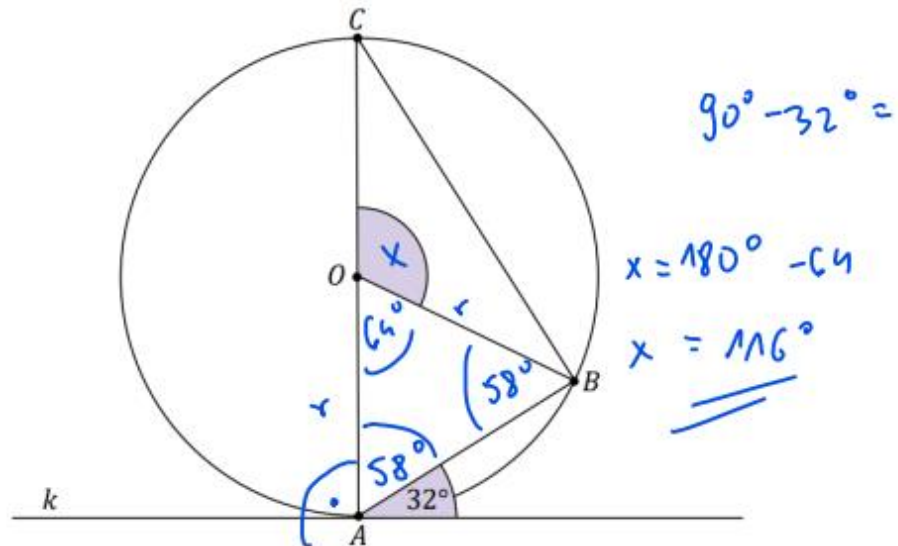
$$-4m = -2 + 1$$

$$-4m = -1 \quad | : (-4)$$

$$m = \frac{-1}{-4} = \frac{1}{4}$$

**Zadanie 22. (0–1)**

Punkty  $A$ ,  $B$  oraz  $C$  leżą na okręgu o środku w punkcie  $O$ . Prosta  $k$  jest styczna do tego okręgu w punkcie  $A$  i tworzy z cięciwą  $AB$  kąt o mierze  $32^\circ$ . Ponadto odcinek  $AC$  jest średnicą tego okręgu (zobacz rysunek).



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Miara kąta rozwartego  $BOC$  jest równa

A.  $148^\circ$

B.  $116^\circ$

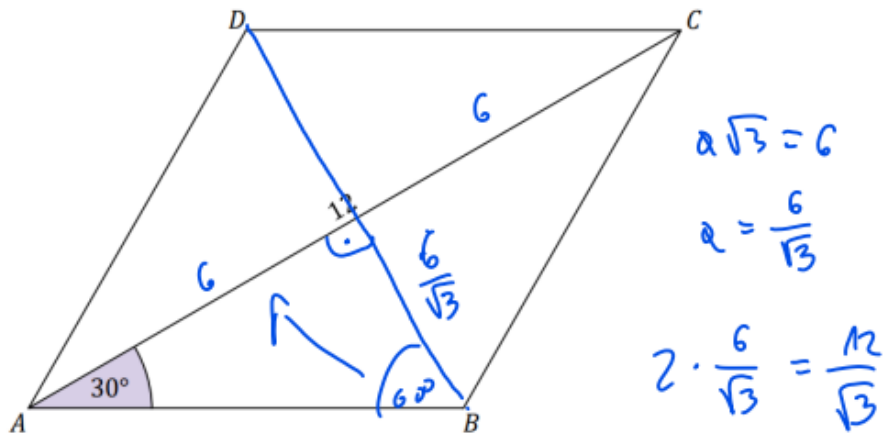
C.  $154^\circ$

D.  $122^\circ$



**Zadanie 23. (0-1)**

W rombie  $ABCD$  dłuższa przekątna  $AC$  ma długość 12 i tworzy z bokiem  $AB$  kąt o mierze  $30^\circ$  (zobacz rysunek).



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Pole rombu  $ABCD$  jest równe

A. 24

B. 36

C.  $24\sqrt{3}$

D.  $36\sqrt{2}$

$$P = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BP = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot \frac{12}{\sqrt{3}} = \frac{72}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{72\sqrt{3}}{3} = \underline{\underline{24\sqrt{3}}}$$

**Zadanie 28. (0–1)**

Doświadczenie losowe polega na dwukrotnym rzucie symetryczną sześcienną kostką do gry, która na każdej ścianie ma inną liczbę oczek – od jednego oczka do sześciu oczek.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że iloczyn liczb wyrzuconych oczek jest liczbą nieparzystą, jest równe

A.  $\frac{1}{2}$

B.  $\frac{1}{5}$

C.  $\frac{1}{4}$

D.  $\frac{3}{4}$

Iloczyn oczek	1	2	3	4	5	6
1	1·1 1	1·2 2	1·3 3	1·4 4	1·5 5	1·6 6
2	2·1 2	2·2 4	2·3 6	2·4 8	2·5 10	2·6 12
3	3·1 3	3·2 6	3·3 9	3·4 12	3·5 15	3·6 18
4	4·1 4	4·2 8	4·3 12	4·4 16	4·5 20	4·6 24
5	5·1 5	5·2 10	5·3 15	5·4 20	5·5 25	5·6 30
6	6·1 6	6·2 12	6·3 18	6·4 24	6·5 30	6·6 36

$$\bar{\Omega} = 6 \cdot 6 = 36$$

$$\bar{A} = 9$$

$$P(A) = \frac{\bar{A}}{\bar{\Omega}} = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$$

**Zadanie 2. (0-1)**

Liczbę  $a = (\sqrt{2} + \sqrt{7})^2$  można zapisać w postaci  $a = x + y\sqrt{14}$ , gdzie  $x \in \mathbb{Z}$  oraz  $y \in \mathbb{Z}$ .

Uzupełnij poniższe równości. Wpisz właściwe liczby w wy kropkowanych miejscach.

$$x = \dots\dots\dots 9 \dots\dots\dots$$

$$y = \dots\dots\dots 2 \dots\dots\dots$$

$$\begin{matrix} a & & b \\ \downarrow & & \downarrow \\ (\sqrt{2} + \sqrt{7})^2 = \sqrt{2}^2 + \underbrace{2 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{7}} + \sqrt{7}^2 = \end{matrix}$$

$$= \underbrace{2} + 2 \cdot \sqrt{14} + \underbrace{7} = 9 + 2\sqrt{14}$$

**Zadanie 5. (0-1)** *Zbiór zadań CKE*

Która z podanych równości (A-D) jest prawdziwa? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

A.  $(\sqrt{7} + \sqrt{5})^3 = \sqrt{7^3} + \sqrt{5^3}$  X

B.  $\sqrt{\sqrt{144} + \sqrt{16}} = 2^{\frac{4}{2}}$

C.  $(\sqrt{2\frac{1}{4}})^3 = 2^{\frac{3}{2}} + (\frac{1}{2})^3$

D.  $(\sqrt[3]{64})^{\frac{1}{8}} = 8^3$  X

$$\sqrt{12+4} = \sqrt{16} = 4 \quad 2^2 = 4$$

$$4^{\frac{1}{8}} \neq 8^3$$

**Zadanie 12. (0-2)**

Wyrażenie wymierne  $\frac{2}{x-3} + 5$  można przekształcić równoważnie do wyrażenia  $\frac{ax+b}{cx+d}$ , gdzie  $a, b, c, d$  są pewnymi współczynnikami rzeczywistymi.

Wyznacz wartości liczbowe współczynników  $a, b, c, d$ . Zapisz obliczenia.

$$\frac{2}{x-3} + \frac{5}{1} = \frac{2 + 5(x-3)}{x-3} = \frac{2 + 5x - 15}{x-3} =$$

$$= \frac{5x - 13}{x-3}$$

odp.  $a = 5$   
 $b = -13$   
 $c = 1$   
 $d = -3$

**Zadanie 18. (0-1)**

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Równanie

$$\frac{(3x^2 - 6x)(x^2 - 9)}{(x - 2)(x - 3)^2} = 0$$

w zbiorze liczb rzeczywistych

- A. nie ma rozwiązań.
- B. ma dokładnie jedno rozwiązanie:  $x = 0$ .
- C. ma dokładnie dwa rozwiązania:  $x = 0$ ,  $x = -3$ .
- D. ma dokładnie cztery rozwiązania:  $x = 0$ ,  ~~$x = 2$~~ ,  $x = 3$ ,  $x = -3$ .

zew.  $(x-2)(x-3)^2 \neq 0$

$$\begin{array}{cc} \swarrow & \searrow \\ x-2 \neq 0 & x-3 \neq 0 \\ x \neq 2 & x \neq 3 \end{array}$$

$$(3x^2 - 6x)(x^2 - 9) = 0$$

$$\begin{array}{cc} \swarrow & \searrow \\ 3x^2 - 6x = 0 & x^2 - 9 = 0 \\ 3x(x-2) = 0 & x^2 = 9 \quad \sqrt{\phantom{x}} \\ \swarrow & \searrow & x \neq 3 \wedge x = -3 \\ 3x = 0 & x - 2 = 0 & \neq 0 & \underline{\underline{\phantom{x}}} \\ \underline{\underline{x = 0}} & x \neq 2 \quad \neq 0 & & \end{array}$$

**Zadanie 19. (0-2)**

Niech  $\frac{m}{n}$  będzie ułamkiem nieskracalnym. Jeśli do licznika dodamy 6, a do mianownika dodamy 15, jego wartość nie zmieni się.

Oblicz liczby  $m$  i  $n$ . Zapisz obliczenia.

$$\frac{m+6}{n+15} = \frac{m}{n}$$

$$n(m+6) = m(n+15)$$

$$mn+6n = mn+15m$$

$$6n = 15m \quad |:6$$

$$n = \frac{15m}{6}$$

$$\begin{aligned} \frac{m}{n} &= \frac{m}{\frac{15m}{6}} = \frac{m}{1} : \frac{15m}{6} = \frac{m}{1} \cdot \frac{6}{15m} = \\ &= \frac{6}{15} = \frac{2}{5} \end{aligned}$$

$$\text{Odp. } m=2, n=5$$



**Zadanie 24. (0–2)**

Dana jest funkcja kwadratowa  $f$  określona wzorem

$$y = f(x) = x^2 + 5x + 6 \quad \text{gdzie } x \in \mathbb{R}$$

**Dokończ zdania. Zaznacz odpowiedź spośród A–D oraz odpowiedź spośród E–H.**

1. Postać kanoniczna funkcji  $f$  wyraża się wzorem

- A.  $y = 1\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{1}{4}$
- B.  $y = 1\left(x + \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}$
- ~~C.  $y = 1\left(x - \frac{1}{4}\right)^2 + \frac{5}{2}$~~
- ~~D.  $y = 1\left(x + \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{5}{2}$~~

$$a = 1$$

$$b = 5$$

$$c = 6$$

$$p = \frac{-5}{2}$$

$$\left(x + \frac{5}{2}\right)$$

**Zadanie 24. (0-2)**

Dana jest funkcja kwadratowa  $f$  określona wzorem

$$y = f(x) = x^2 + 5x + 6 \quad \text{gdzie} \quad x \in \mathbb{R}$$

Dokończ zdania. Zaznacz odpowiedź spośród A–D oraz odpowiedź spośród E–H.

2. Postać iloczynowa funkcji  $f$  wyraża się wzorem

~~E.~~  $y = (x - 2)(x - 3)$   $x_1 = 2$   $x_2 = 3$

~~F.~~  $y = (x - 2)(x + 3)$   $x_1 = 2$   $x_2 = -3$

~~G.~~  $y = (x + 2)(x - 3)$   $-2$   $3$

H.  $y = (x + 2)(x + 3)$   $-2$   $-3$

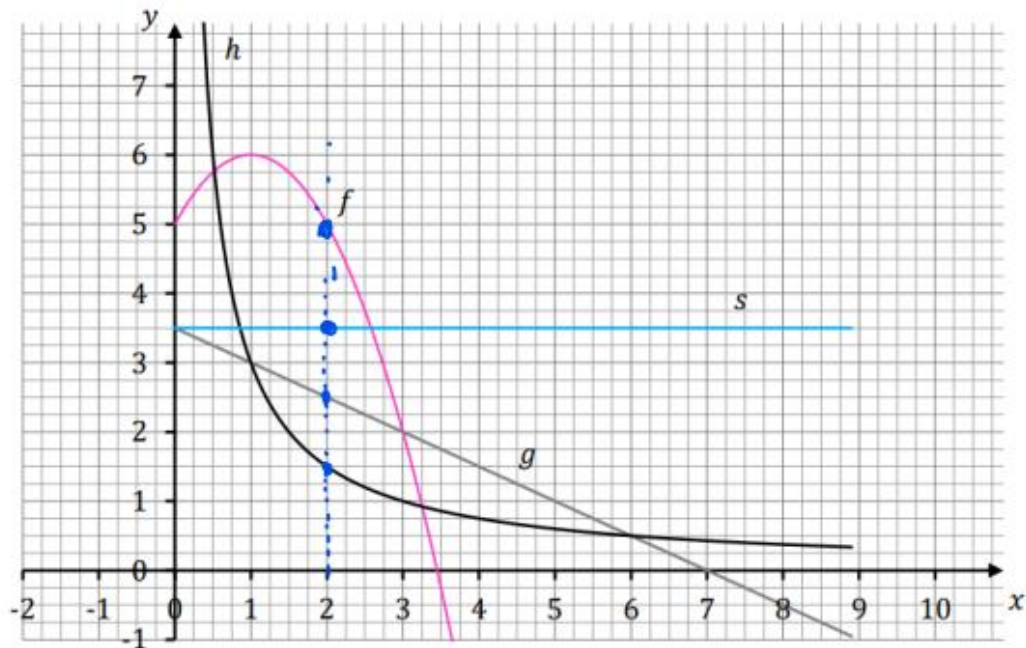
$$p = \frac{-5}{2}$$

$$V_w = \frac{x_1 + x_2}{2}$$



**Zadanie 25.**

W kartezjańskim układzie współrzędnych  $(x, y)$  przedstawiono fragmenty wykresów czterech funkcji:  $f, g, h, s$ .



**Zadanie 25.1. (0–1)**

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Największą wartość dla argumentu  $x = 2$  przyjmuje funkcja

A.  $f$

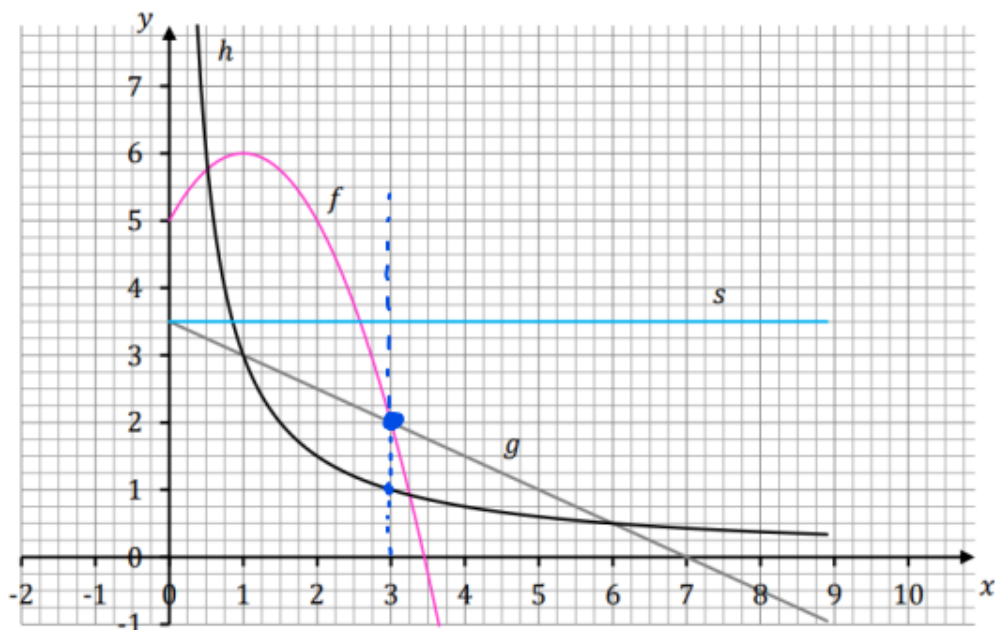
B.  $g$

C.  $h$

D.  $s$

**Zadanie 25.**

W kartezjańskim układzie współrzędnych  $(x, y)$  przedstawiono fragmenty wykresów czterech funkcji:  $f, g, h, s$ .



**Zadanie 25.2. (0–1)**

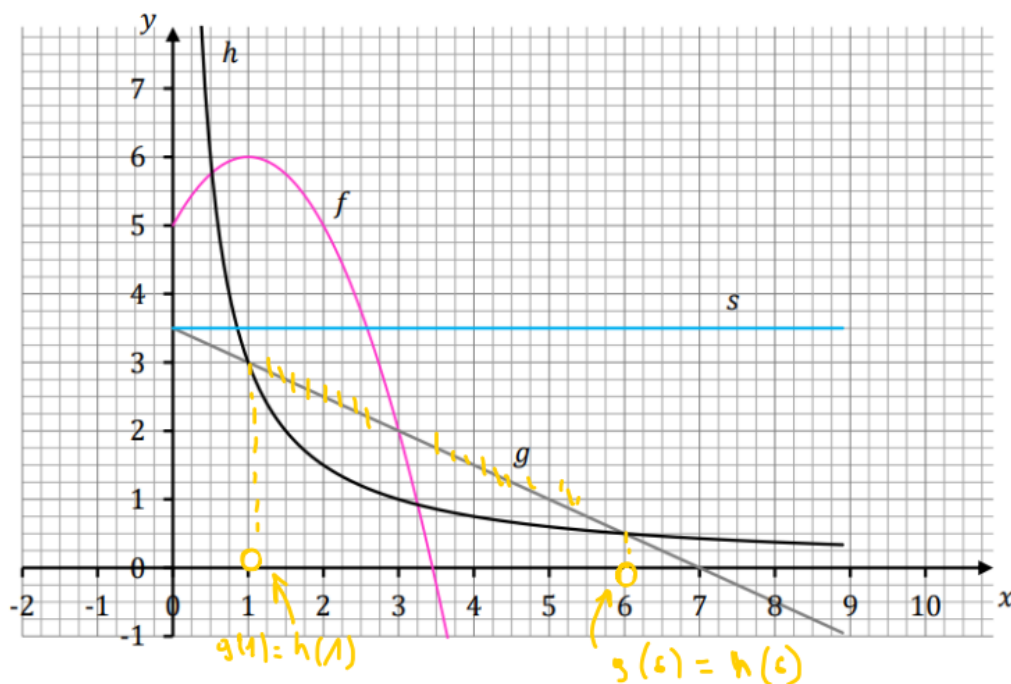
Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Dla argumentu  $x = 3$  tę samą wartość przyjmują funkcje

- A.  $f$  i  $s$       B.  $s$  i  $h$       C.  $f$  i  $g$       D.  $g$  i  $s$

**Zadanie 25.**

W kartezjańskim układzie współrzędnych  $(x, y)$  przedstawiono fragmenty wykresów czterech funkcji:  $f, g, h, s$ .



**Zadanie 25.3. (0-1)**

Zapisz maksymalny przedział, w którym prawdziwa jest nierówność  $g(x) > h(x)$ .

$x \in (1, 6)$

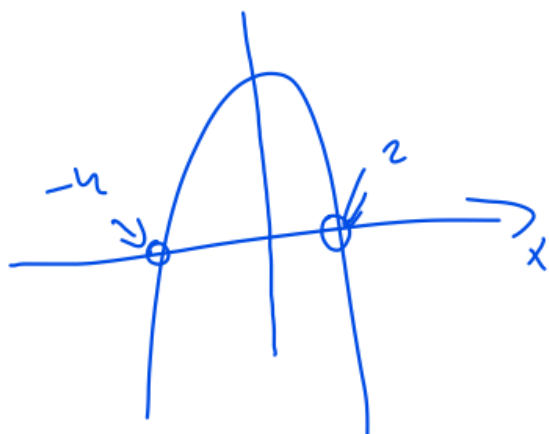
$$a < 0$$

**Zadanie 27. (0–1)**

Funkcja kwadratowa  $f$  jest określona wzorem  $f(x) = -2x^2 + bx + c$  i przyjmuje wartości dodatnie tylko dla  $x \in (-4, 2)$ .

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Oś symetrii paraboli będącej wykresem tej funkcji jest prosta $x = 1$ .	P	F
Postać iloczynowa funkcji $f$ wyraża się wzorem $f(x) = -2(x + 4)(x - 2)$ .	P	F



$$y_w = \frac{-4+2}{2} = \frac{-2}{2} = -1$$

$$x_1 = -4$$

$$x_2 = 2$$

$$a = -2$$

$$f(x) = -2(x+4)(x-2)$$

**Zadanie 28. (0-2)**

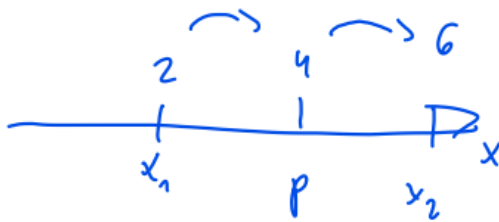
Dana jest funkcja kwadratowa  $f$ . Do wykresu tej funkcji należy punkt o współrzędnych  $(0, 8)$ , a osią symetrii jej wykresu jest prosta o równaniu  $x = 4$ . Jednym z miejsc zerowych funkcji  $f$  jest  $x_1 = 2$ .

Wyznacz i zapisz wzór funkcji  $y = f(x)$  w postaci iloczynowej.

$$A = (0, 8)$$

$$p = 4$$

$$x_1 = 2$$



$$x_w = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$4 = \frac{2 + x_2}{2}$$

$$x_2 = 6$$

$$A = (0, 8)$$

$$f(x) = a(x-2)(x-6)$$

$$a = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

$$8 = a(0-2)(0-6)$$

$$8 = a \cdot (-2) \cdot (-6)$$

$$8 = a \cdot 12$$

$$12a = 8 \quad |:12$$

odp.

$$f(x) = \frac{2}{3}(x-2)(x-6)$$



**Zadanie 30. (0–1)**

Dane są liczby:  $a = 2\sqrt{2}$ ,  $b = 4$ ,  $c = 4\sqrt{2}$ .

Dokończ zdanie tak, aby było prawdziwe. Wybierz odpowiedź A albo B oraz jej uzasadnienie spośród 1., 2. albo 3.

Liczby  $a$ ,  $b$  oraz  $c$  tworzą w podanej kolejności

A.	ciąg arytmetyczny,	ponieważ	1. $b = \frac{a+c}{2}$ <span style="float: right;">X</span>
B.	ciąg geometryczny,		2. $b = \frac{(c-a)^2}{2}$
			3. $b^2 = a \cdot c$

$$4 = \frac{2\sqrt{2} + 4\sqrt{2}}{2}$$

$$4 \neq \frac{6\sqrt{2}}{2}$$

$$4^2 = 2\sqrt{2} \cdot 4\sqrt{2}$$

$$16 = 8 \cdot 2$$

$$16 = 16$$

**Zadanie 56. (0-1)**

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Wszystkich liczb naturalnych trzycyfrowych, w zapisie których cyfra 5 występuje dokładnie jeden raz, jest

A. 125

**B. 225**

C. 280

D. 300

$$\frac{1}{\cancel{5}} - \frac{9}{\cancel{5}} \cdot \frac{9}{\cancel{5}} = 81$$

$$\frac{8}{\cancel{5}} \cdot \frac{1}{\cancel{5}} \cdot \frac{9}{\cancel{5}} = 72$$

$$\frac{8}{\cancel{5}} - \frac{9}{\cancel{5}} \cdot \frac{1}{\cancel{5}} = 72$$

$$81 + 72 + 72 = \underline{\underline{225}}$$



**Zadanie 57. (0–1)**

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wszystkich liczb naturalnych trzycyfrowych o sumie cyfr równej 3 jest

A. 3

B. 5

**C. 6**

D. 10

2 1 0

3 0 0

1 1 1

2 1 0

2 0 1

1 0 2

1 2 0

1+1+1

2+0+1

1+1+1

2 czerwca 2023 r., Formuła 2015

**Zadanie 1. (0–1)**

Liczba  $6^{30} : 4^{15}$  jest równa

A.  $(1,5)^{15}$

B.  $(1,5)^2$

**C.  $3^{30}$**

D.  $3^0$

$$(3 \cdot 2)^{30} : (2^2)^{15} = \frac{3^{30} \cdot 2^{30}}{2^{30}} = 3^{30}$$





**Zadanie 2. (0–1)**

Dla każdej dodatniej liczby rzeczywistej  $x$  iloczyn  $\sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[6]{x}$  jest równy

A.  $x$

B.  $\sqrt[10]{x}$

C.  $\sqrt[18]{x}$

D.  $x^2$

$$\begin{aligned} \sqrt{x} &= x^{\frac{1}{2}} & \sqrt[3]{x} &= x^{\frac{1}{3}} & \sqrt[6]{x} &= x^{\frac{1}{6}} \\ x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{1}{3}} \cdot x^{\frac{1}{6}} &= x^{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}} \\ &= x^{\frac{3}{6} + \frac{2}{6} + \frac{1}{6}} = x^{\frac{6}{6}} = x^1 = x \end{aligned}$$

**Zadanie 3. (0–1)**

Klient wpłacił do banku 30 000 zł na lokatę dwuletnią. Po każdym rocznym okresie oszczędzania bank dolicza odsetki w wysokości 7% od kwoty bieżącego kapitału znajdującego się na lokacie.

Po dwóch latach oszczędzania łączna wartość doliczonych odsetek na tej lokacie (bez uwzględniania podatków) jest równa

A. 2100 zł

B. 2247 zł

C. 4200 zł

D. 4347 zł

$$K_n = 30000 \cdot \left(1 + \frac{7}{100}\right)^2 =$$

$$= 30000 \cdot (1,07)^2 = \underline{\underline{34347 \text{ zł}}}$$

$$34347 - 30000 = \underline{\underline{4347 \text{ zł}}}$$



**Zadanie 5. (0-1)**

Liczba  $(1 + \sqrt{5})^2 - (1 - \sqrt{5})^2$  jest równa

A. 0

B. (-10)

**C.  $4\sqrt{5}$**

D.  $2 + 2\sqrt{5}$

$$(1 + \sqrt{5} - (1 - \sqrt{5})) \cdot (1 + \sqrt{5} + 1 - \sqrt{5}) =$$

$$= (1 + \sqrt{5} - 1 + \sqrt{5}) \cdot 2 = 2\sqrt{5} \cdot 2 = 4\sqrt{5}$$

---

$$1^2 + 2\sqrt{5} + \sqrt{5}^2 - (1 - 2\sqrt{5} + \sqrt{5}^2) =$$

$$= 1 + 2\sqrt{5} + 5 - (1 - 2\sqrt{5} + 5) =$$

$$= 1 + 2\sqrt{5} + 5 - 1 + 2\sqrt{5} - 5 = 4\sqrt{5}$$

**Zadanie 9. (0-1)**

Funkcja  $f$  jest określona wzorem  $f(x) = \frac{x^2+4}{x-2}$  dla każdej liczby rzeczywistej  $x \neq 2$ .

Wartość funkcji  $f$  dla argumentu 4 jest równa

A. 6

B. 2

**C. 10**

D. 8

$$y = \frac{x^2 + 4}{x - 2}$$

$$x = 4$$

$$y = \frac{4^2 + 4}{4 - 2} = \frac{16 + 4}{2} = \frac{20}{2} = 10$$

$$\underline{\underline{y = 10}}$$

